Contra el espacio infinito en cosmología: una defensa del finitismo físico.

Against infinite Space in Cosmology: a defense of Physical Finitism.

Rafael Andrés Alemañ Berenguer[1]
Universidad de Alicante, España
Recibido 24 septiembre 2023 · Aceptado 25 noviembre 2023

Resumen
La finitud o infinitud del universo dividió a los antiguos filósofos alimentando un debate entrelazado con las sutilezas del propio concepto de infinito y la plausibilidad de su realización en el mundo físico. Mientras el siglo XIX dio los primeros pasos en el dominio formal del infinito matemático, la cuestión del tamaño del cosmos quedaba abierta en espera de mejor evidencia empírica. Al término del siglo XX los datos observacionales de la cosmología parecen decantarse por un volumen infinito, si bien en muy pocas ocasiones se subrayan los delicados problemas físicos y metafísicos que tal opción comporta. A consecuencia de ello en este artículo se defenderá, desde una posición finitista que rechaza el infinito factual, la imposibilidad de un volumen tridimensional infinito para el cosmos y, por tanto, la necesidad de revisar este aspecto de nuestros actuales modelos cosmológicos.
Palabras clave: Infinito; Factual; Potencial; Espacio; cosmología

Abstract
The finitude or infinitude of the universe divided the ancient philosophers while fueling a debate intertwined with the subtleties of the very concept of infinity and the plausibility of its realization in the physical world. As the first steps in the formal domain of mathematical infinity were taken in the 19th century, the question of the cosmic size remained open and expecting better empirical evidence. At the end of the 20th century, the observational data of cosmology seemed to opt for an infinite volume, although the delicate metaphysical problems that such an option implies have rarely been highlighted. As a result, the present paper will defend, from a finitist position that rejects factual infinity, the impossibility of an infinite three-dimensional volume for our cosmos and, therefore, the necessity of reconsider this element of our present cosmological models.
Keywords: Infinity; Factual; Potential; Space; Cosmology.

1 rafael.aleman@ua.es

1 • Introducción

La posibilidad de cantidades infinitas en la naturaleza ha inspirado algunos de los más intensos debates científicos y filosóficos. Pese a la legitimidad matemática que finalmente obtuvo en el siglo XIX, el infinito siempre ha sido ampliamente rechazado como valor posible de alguna magnitud física en cualquier descripción realista de la naturaleza. De ocurrir así, se supone que nos enfrentaríamos a irremediables infracciones de las leyes de conservación que constituyen el fundamento de nuestra comprensión del cosmos. La posibilidad de una velocidad infinita, por ejemplo, implicaría que, en algún sentido, un objeto podría ocupar varias posiciones en el mismo instante.

Tradicionalmente se daba por descontado que las cantidades infinitas suponían una suerte de advertencia sobre los límites de aplicabilidad de una teoría física, vedando su desarrollo en una cierta dirección y propiciando la búsqueda de un camino alternativo. Tales consideraciones se enfrentan a una notable excepción desde el nacimiento de la moderna cosmología, relacionada con la extensión espacial del universo. Contra las expectativas ordinarias en las ciencias naturales, el volumen espacial del universo se toma como infinito en la mayoría de los modelos cosmológicos al uso, lo que acarrea una serie de problemas conceptuales a los que no suele concederse la atención que merecen.

Esta cuestión se abordará en el presente trabajo desde el punto de vista de la filosofía científica (Bunge 1971; Romero 2018), es decir, aquella que opera en continuidad con la ciencia en el empeño de analizar problemas filosóficos a la luz del mejor conocimiento científico disponible en cada momento. Semejante perspectiva deja a un lado asuntos como las posibles implicaciones del infinito en teología natural o en las discusiones sobre el absoluto (hegeliano, fenomenológico o de cualquier otro tipo), en tanto se consideran más allá del alcance de una filosofía científica entendida en los términos antes expuestos. Tales ausencias no entrañan desdén alguno hacia sus objetos de interés, sino más bien el reconocimiento de las limitaciones del planteamiento aquí adoptado.

En el segundo apartado se expondrá brevemente la evolución del concepto de infinito a través de las aportaciones de autores diversos, desde la antigüedad clásica hasta tiempos más cercanos a fin de proporcionar una base de comparación con las controversias actuales. El punto número tres profundizará en el significado físico de la noción de infinito en diversos campos de la ciencia natural, para dedicar en el cuarto epígrafe una especial atención a su papel en la moderna cosmología. El quinto apartado se propone destacar con toda claridad los problemas surgidos al atribuir un volumen espacial infinito a nuestro universo, dando paso en el sexto epígrafe a una consideración de las soluciones sugeridas hasta ahora. La naturaleza de este hipotético infinito espacial se tratará con cierto detalle en el punto número siete, poniendo de relieve la probable incomodidad de algunas corrientes del materialismo con respecto a tal posibilidad. El octavo apartado recogerá las conclusiones, siquiera provisionales, de esta importante controversia y las referencias bibliográficas cerrarán el texto del presente trabajo.

2 • Pensar el infinito

Bien sabido es que Aristóteles distinguió entre el infinito potencial, que se concibe a través de un proceso capaz de generar magnitudes ilimitadamente crecientes, y el factual, que está dado por completo en sí mismo de una sola vez (Oppy 2006).

De sus escritos parece desprenderse que Aristóteles contemplaba con reticencia la realidad de cualquier tipo de cantidad infinita, cuya existencia juzgaba imposible o incluso ininteligible (Hussey 1983; Judson 1991; Cooper 2016). A lo sumo se admitía la posibilidad de mostrar algunas clases de cantidades como ejemplos del infinito potencial. Con ello quería decirse que, para cualquier cantidad finita de un cierto tipo, nada impide la existencia de otra cantidad finita del mismo tipo que la exceda. También aceptaba los procesos infinitos, en el sentido de que sus etapas podían proseguir sin final generando siempre cantidades finitas, cada una sobrepasando la anterior. No obstante, Aristóteles rechazó la existencia física y real de algo infinitamente grande o de cosas infinitamente numerosas.

Muy distinta era la opinión de Spinoza al respecto, quien sostuvo —especialmente en la primera y segunda parte de su *Ética*— la existencia de una sustancia única ("Dios o naturaleza") con el intelecto y la extensión como atributos principales. De ello deduce Spinoza la realidad de un intelecto divino infinito y universo físico asimismo infinito. Y como afirmó que también que todo se deriva necesariamente de una sola sustancia, no es extraños que sus puntos de vista fuesen tildados de panteístas. Leibniz, por otro lado, adujo un argumento contra la existencia de totalidades infinitas. que se basado en el axioma parte-todo, ya que, a su juicio, el todo siempre ha de ser mayor que la parte (Levey 1998; Arthur 2001; Brown 2005; De Risi 2007). Esta afirmación, sin embargo, no le impedía aceptar las pluralidades infinitas, que ni eran totalidades ni podían asociarse a un número cardinal:

> **For it cannot be denied that the natures of all possible numbers are really given, at least in God's understanding, and that as a consequence the multitude of numbers is infinite. (...) I concede [the existence of] an infinite multitude, but this multitude forms neither a number nor one whole. It only means that there are more terms than can be designated by a number; just as there is for instance a multitude or complex of all numbers; but this multitude is neither a number nor one whole (Citado por Van Atten 2011).**

La cuestión de los infinitésimos, como modalidad del problema del infinito, no solo había inquietado a Leibniz. Recuérdese la respuesta aristotélica a las célebres aporías de Zenón contra el movimiento, en las que hacía notar que, si bien el espacio y el tiempo son infinitamente divisibles en potencia, no pueden estar infinitamente divididos en acto. También negó Aristóteles la existencia de objetos infinitamente grandes, al contrario que Anaxágoras y Epicuro, quienes sí la aceptaban. Por su parte, Demócrito consideró que el movimiento de los átomos que él postulaba debía darse en un vacío infinito, un espacio ilimitado.

Aristóteles no repudia el infinito real por mero capricho sino porque, a su parecer, se halla en juego la posibilidad misma de filosofar. Así es, pues la capacidad humana de comprender el mundo depende de la finitud de este, dado que solo un mundo finito puede contener cosas en sí mismas finitas y por ello cognoscibles. Desde el punto de vista aristotélico, el entendimiento del mundo se supedita a la posibilidad de comprender las sustancias que contiene, lo que no sucedería si tales sustancias fuesen infinitamente complejas (Lear, 1979). Caso distinto es del tiempo, cuya infinitud sí admite Aristóteles, puesto que los sucesos del pasado abandonaron ya la existencia y los del futuro aun no han entrado en ella (Sorajbi 1983; Coope 2005).

El éxito de la distinción aristotélica entre infinito potencial y factual propició que fuese utilizada también por Georg Cantor, el matemático que por primera vez dispensó un tratamiento formalmente correcto a la noción de infinito:

> **As far as the mathematical infinite is concerned: to the extent that it has found justifiable use in science and made a useful contribution, the mathematical infinite has principally occurred in the meaning of a variable magnitude, either growing beyond all limits or diminishing to an arbitrary smallness, always, however remaining finite. I call this infinite the non-genuine-infinite. (Dauben 57)**

Ahora bien, Cantor se apartó de la postura tradicional toda vez que su teoría parecía exigir un compromiso con la existencia real de conjuntos infinitos completos, a diferencia del infinito aristotélico, siempre creciente y por ello perpetuamente incompleto. Los matemáticos contemporáneos, en su mayor parte, manejan la teoría cantoriana de conjuntos sin implicarse en la defensa del infinito factual, por cuanto saben que les basta la existencia de infinitos potenciales para hacer su trabajo (Dauben 1992).

Arquitas de Tarento erigió uno de los más famosos argumentos en defensa de la infinitud espacial, imaginándose a sí mismo en el cielo de las estrellas fijas, donde siempre cabe alargar la mano o el bastón y demostrar así que no hay límite para los lugares que podría ocupar. Este alegato tan intuitivo fue repetido con diversos matices por Eudemo, Cicerón, Lucrecio, Giordano Bruno, Hery More y John Locke. Ya que los escolásticos medievales reservaban la infinitud para el poder de Dios, Galileo y Descartes se mantuvieron en una prudente ambigüedad al respecto, escarmentados por el funesto final de Bruno.

Newton, sin embargo, no halló impedimentos para conciliar la omnipotencia divina con la infinitud del espacio, si bien no logró explicar la estabilidad gravitatoria de un cosmos así constituido. El genio ingles no lo consiguió porque los conceptos matemáticos necesarios para el manejo del infinito solo se desarrollaron plenamente muchos años después de su fallecimiento. De hecho, fue en la segunda mitad del siglo XIX cuando los trabajos de Cauchy y Weierstrass asentarían definitivamente la consistencia del cálculo infinitesimal. En esa misma época, los conjuntos infinitos serían sistematizados brillantemente por Cantor, abriendo un nuevo y fértil campo en la investigación matemática cuyos frutos siguen germinando en nuestros días sin dejar por ello de abundar en nuevos desafíos.

3 • El infinito en la ciencia natural

A los efectos de nuestra discusión conviene separar el papel desempeñado por las cantidades infinitas en las teorías físicas en dos grandes familias, a saber, aquellas que se adoptan con propósito simplificador meramente instrumental, y aquellas que se admiten provisionalmente a cuenta de una futura teoría más desarrollada de la cual nuestros actuales formalismos serían toscas aproximaciones. La primera modalidad resulta evidente en casos idealizados como el del condensador de placas infinitas de la electrostática elemental, el de la partícula libre moviéndose inercialmente en un espacio infinito, o el tren de ondas planas sin principio ni fin.

Cuestión diferente es la que involucra cantidades infinitas de tipo espacio-temporal o aquellas otras relacionadas con las partículas elementales. En ambos casos suelen venir asociados con las llamadas “singularidades”, ciertas regiones del espacio y el tiempo en las que nuestras ecuaciones físicas pierden su validez y arrojan resultados infinitos. Este concepto adquirió una nueva perspectiva cuando en 1915 Albert Einstein formuló una nueva teoría de la gravitación, llamada relatividad general. La teoría de Einstein concibe la gravedad como efecto de la curvatura del espacio-tiempo, cuya geometría es pseudo-riamenniana. Dicha curvatura viene dada por el contenido de masa-energía de los sistemas materiales localizados en una cierta región espacio-temporal, según dictan las famosas ecuaciones gravitatorias de la relatividad general.

Al estudiar la evolución de las estrellas dependiendo de la relación entre su masa y su radio se advirtió la posibilidad de que en ciertos casos extremos la gravitación superase cualquier fuerza estabilizadora y la estrella colapsase bajo su propio peso reduciéndose a un punto, la singularidad (Chandrasekhar 1931*a*, 1931*b*, 1932; Wald 1984; Penrose 1996). Eddington y Einstein rechazaron públicamente esta posibilidad, pero Oppenheimer y Volkoff (1939) presentaron un trabajo en el que, sirviéndose de la métrica de Schwarzschild, demostraban la perfecta validez teórica del hipotético colapso gravitatorio sugerido inicialmente por el científico indio Subrahmanyan Chandrasekhar.

La métrica de Schwarzschild (1916) describía la curvatura espacio-temporal alrededor de una masa sin rotación, y poseía simetría esférica. En coordenadas esféricas se escribe:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{R_s}{r}\right)} - r^2\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\phi^2\right)$$

(3.1)

donde r es la distancia radial desde el cuerpo central, considerado en el origen de coordenadas, ϑ y φ son los ángulos polares esféricos, y $R_s = 2GM/c^2$ es el llamado "radio de Schwarzschild" (o "radio gravitatorio"). Cuando $r = R_s$, ninguna señal física puede escapar desde la región $r < R_s$ para influencia sucesos en la región $r > R_s$. Tenemos entonces un "horizonte de sucesos", la frontera donde se cumple la condición $r = R_s$, y en su interior nada, ni siquiera la luz, puede escapar.

El concepto de horizonte de sucesos fue introducido en 1958 cuando se comprendió que en la métrica de Schwarzschild, el caso $r = R_s$ ("singularidad coordenada") podía solventarse con un cambio de coordenadas (Filkenstein 1958), pero si el cuerpo en cuestión era suficientemente denso, se hacía imposible evitar una contracción gravitatoria desbocada hasta llegar a $r = 0$, y entonces la teoría perdía todo su poder predictivo. En el último tercio del siglo XX, los británicos Stephen Hawking y Roger Penrose (1970) probaron que las singularidades físicas son una característica propia de cualquier solución aceptable de las ecuaciones relativistas generales, prescindiendo de consideraciones cuánticas.

Es más, sus razonamientos topológicos concluyeron que la formación de la singularidad implicaba al menos una discontinuidad puntual en la estructura del espacio-tiempo, si bien siempre hay un horizonte de sucesos ocultando las singularidades formadas en el futuro de una superficie de datos iniciales regulares (Penrose 1969). Tal vez la incorporación de efectos cuánticos impida la aparición de genuinas singularidades (Mottola y Mazur 2004), aunque se carece todavía de conclusiones sólidas al respecto. Con todo y ello, una análisis riguroso de los conceptos involucrados revelan que la singularidad no debe interpretarse como una disrupción de nuestras nociones de espacio y tiempo, sino como el veto de la naturaleza a la aplicación de una teoría en regímenes para los cuales carece de validez (Romero 2013).

Las singularidades vinculadas con la física de partículas también guardan relación con los volúmenes nulos. Usualmente se concibe el carácter elemental de las partículas identificándolas con puntos sin dimensiones. Esto crea problemas abrumadores tanto clásica como cuánticamente. En la física clásica, un electrón, por ejemplo, debería generar a su alrededor un campo eléctrico infinito si su tamaño fuese cero, ya que la intensidad del campo depende del inverso de la distancia. La física cuántica agrava la situación sosteniendo que en torno a cada partícula elemental hay siempre una nube de otras partículas virtuales —creándose y aniquilándose en perpetua interacción mutua— cuya energía total, cuando se calcula rigurosamente, arroja también un resultado infinito, usualmente llamado “divergencia” (Weinberg 1979).

El problema derivado de las partículas virtuales llega a ser incluso peor, pues la cantidad de partículas virtuales resulta ser ella misma divergente, es decir, tiende a infinito de por sí. La solución empleada hasta la fecha ha sido la de suponer que, si la nube acompañante de partículas virtuales posee una energía total infinita, la masa propia del electrón —o de cualquier otra partícula— ha de ser una cantidad infinita de signo contrario, de modo que ambas cantidades se cancelan casi exactamente y permiten que midamos experimentalmente la masa del electrón que de hecho medimos. Esta técnica se denomina “renormalización” y sobre su licitud, tanto formal como conceptual, siguen revoloteando fundadas sospechas, solo amortiguadas por el indiscutible éxito empírico de sus predicciones.

4 • El escenario cosmológico

Existe, sin embargo, una rama las ciencias naturales en la que sí se admite la existencia del infinito factual, como es el caso de la cosmología moderna. Einstein (1917) fue el primero en aplicar la teoría gravitatoria relativista al universo en su conjunto, suponiendo por simplicidad un cosmos homogéneo, isótropo y estático. Para ello hubo de introducir un nuevo término en sus ecuaciones, la constante cosmológica, cuyo efecto solo se manifestaría a gran escala en el universo para compensar el carácter siempre atractivo de la gravitación ordinaria y evitar así el colapso de toda la materia del universo.

No tardó el sabio alemán en advertir que su modelo de cosmos resultaba radicalmente inestable, lo que impulsó al holandés William De Sitter, también en 1917, a proponer una alternativa en la cual el universo se hallaría prácticamente vacío y en expansión (Weinberg 1971). Quedaba demostrado que la relatividad general admitía una solución dinámica de vacío, además de la solución estática —inestable— con materia de Einstein.

Tal peculiaridad animó a otros autores a preguntarse hasta dónde llegaba la variedad de posibles soluciones de la relatividad general, cada una de las cuales representaría un tipo de universo distinto. Así lo hizo Alexander Friedman asimilando el contenido material del universo a un gas dinámico, homogéneo e isótropo. De este modo obtuvo modelos cosmológicos en los que el universo podía estar en expansión o en contracción dependiendo de las condiciones iniciales (Misner y otros 1973).

Cuanto más retrocedemos en el tiempo, más disminuye el volumen cósmico, en tanto que el valor de ciertas magnitudes físicas —como la temperatura o la densidad— crece sin límite tendiendo a infinito. Y, de hecho, en la singularidad inicial estas propiedades llegarían a ser supuestamente infinitas. Pero si contemplamos el proceso en el orden cronológico ordinario, parece que partimos de un manojo de infinitos que van reduciéndose hasta alcanzar con el tiempo los valores actuales, obviamente finitos. Entonces cabe preguntarse cuándo dejaron estas propiedades de ser infinitas, si es que esta pregunta en sí misma tiene algún sentido.

La respuesta es que en ningún momento la temperatura, la densidad o cualquier otra propiedad física adquieren valores infinitos, motivo por el cual no hay instante en que dejen de serlo para hacerse finitas. En el caso de la serie de los instantes que convergen —se aproximan tanto como queramos— al origen del universo (es decir, a $t_0 = 0$), admitiendo como de costumbre la continuidad del tiempo y el espacio, resulta que no existe un instante inmediatamente posterior a t_0 pues entre cada dos instantes siempre hay una infinidad de ellos, como corresponde a una magnitud continua. A cada uno de esos instantes posteriores a t_0 y distintos de cero, por pequeños que sean, viene asociado un valor finito para la temperatura, por grande que sea.

En t_0 tampoco tendríamos valores infinitos porque el límite de una serie no forma parte, en general, de los términos que constituyen la serie. Solo en algunos casos concretos el valor límite de una serie convergente pertenece al conjunto de los términos que forman la serie. En nuestro caso, t_0 no forma parte de la serie decreciente de instantes del tiempo que convergen en el origen del universo. Asombrosamente, este planteamiento cosmológico nos enseña que, aun sin remontarse a un pasado infinito, el cosmos no tuvo un comienzo en el tiempo, si por "comienzo" entendemos el instante t_0.

Quizás el legado más duradero de Friedman fue la métrica que lleva su nombre, hoy ampliado a Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Se trata de una solución exacta de las ecuaciones relativistas de la gravedad en la que interviene la curvatura K y el factor de escala, $a(t)$, que expresa la dependencia con el tiempo de la componente espacial de la métrica. En coordenadas esféricas,

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2\left(d\vartheta^2 + \operatorname{sen}^2 \vartheta d\varphi^2\right)\right] \qquad (4.1)$$

Asimismo, cobra gran importancia una ecuación que expresa la curvatura espacial del universo K en función del factor de escala $a(t)$, de la densidad cósmica promedio ρ y de una densidad crítica ρ_c en cuya definición entra la constante gravitatoria G y el conocido parámetro de Hubble H (mal llamado "constante", ya que varía con el tiempo), que relaciona el ritmo de alejamiento entre dos puntos en el universo con su separación mutua.

$$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2\left(\frac{\rho}{\rho_c} - 1\right) \qquad (4.2)$$

La mencionada densidad crítica actúa como un valor umbral para discutir las posibles geometrías espaciales del universo y su evolución con el tiempo. Cuando $\rho > \rho_c$ la curvatura es positiva, las propiedades geométricas del universo se asemejan a las de una esfera, y el volumen espacial del cosmos presenta un valor finito. Al contrario, si $\rho < \rho_c$ la curvatura es negativa, su geometría responde al tipo hiperbólico (como en la superficie de una silla de montar a caballo) y el volumen espacial es infinito. Por último, bajo la condición, $\rho = \rho_c$, las características geométricas del cosmos vendrían dadas por la típica geometría euclídea del plano ordinario.

Tan importante es la relación entre la densidad y su valor crítico que suele expresarse como un cociente con símbolo propio, $\Omega = \rho/\rho_c$. Así, el caso $\Omega > 1$ implica un cosmos cerrado con un comienzo en el tiempo (el denominado *Big Bang*) y un contenido material suficiente para detener la expansión en algún instante futuro dependiendo del valor concreto de ρ_c. A partir de ese momento la expansión se convertirá en contracción y el universo finalizará en un colapso gravitatorio total (*Big Crunch*). Pero si $\Omega < 1$ no hay contenido suficiente para revertir el proceso y la expansión cosmológica proseguirá para siempre.

Este lazo tan directo entre la densidad, la geometría y la evolución en el tiempo se rompe cuando introducimos la constante cosmológica en el seno de nuestras consideraciones. Esta nueva magnitud contribuye a la curvatura total del universo de un modo opuesto al de la materia ordinaria, esto es, como si se tratase de una fuerza de repulsión antigravitatoria. De hecho, las estimaciones actuales sugieren que la constante cosmológica sería la responsable de una expansión acelerada del universo con una curvatura nula o, quizás, muy levemente negativa (Perlmutter y otros 1998; Goldhaber 2009).

5 • El problema del volumen espacial

La posible infinitud espacial del universo ya había supuesto un auténtico quebradero de cabeza incluso desde que Newton ofreciera la primera formulación científicamente sólida de la gravedad como fuerza dominante a escala cósmica. A finales del siglo XIX el astrónomo alemán Hugo von Seeliger (1895) expuso la conocida paradoja que lleva su nombre. Brevemente expresada nos dice que, en un cosmos infinito, estático y con una distribución uniforme de materia se deduce que el potencial gravitatorio newtoniano se halla indefinido y, por tanto, la fuerza gravitatoria total sobre cualquier objeto en el universo también está indefinida. La controversia, que perdió su filo ante la relatividad general, nunca dejó de arrojar serias dudas sobre la coherencia de la cosmología newtoniana clásica (Norton 1999; Vickers 2008).

La llegada de la teoría gravitatoria de Einstein alteró los términos del debate, pero el problema del infinito resurgió con otro aspecto. Cuando nos preguntamos si el volumen del universo es infinito hemos de recordar que en la relatividad general cualquier escisión del espacio-tiempo en un volumen —o hipersuperficie— espacial y una dimensión de tiempo resulta igualmente válida (siempre que se cumpla la condición de que ningún par de puntos de la hipersuperficie espacial puedan influenciarse causalmente entre sí). Por tanto, debemos aclarar primero cómo definimos la porción espacial del universo cuyo tamaño deseamos calibrar.

El asunto se complica cuando incluimos propuestas tan exóticas como las múltiples variantes de los modelos inflacionarios (eternos, autogenerados, fractales, etc.). En un marco tan intrincado apenas tiene sentido preguntarse por la infinitud espacial cuando la propia noción de universo se diluye en una profusión de universos-burbuja que provienen de otros universos-burbuja y a su vez engendran sus propios vástagos en un proceso sin principio ni fin (o eso dicen sus defensores). Incluso así cuesta entender cómo podría resolverse el problema admitiendo que de uno de estos universos-burbuja de tamaño infinito se desgajase otro también infinito en un proceso repetido una infinidad de veces (Albrecht 2004; Steinhardt y Turok 2007; Linde 2008). Diríase que simplemente se pretende difuminar el problema del volumen cósmico infinito disolviéndolo en una interminable corriente de magnitudes infinitas.

Por todo ello, en lo sucesivo limitaremos nuestra discusión a los tradicionales modelos de Friedman, tal como se mencionaron en el epígrafe precedente. A diferencia de los modelos cosmológicos cerrados —cuya curvatura positiva se representa mediante la superficie de una esfera— el caso de un universo abierto (curvatura negativa o nula) resulta más difícil de visualizar. Y es de resaltar que no suelen discutirse las inconveniencias de atribuir al universo una extensión infinita. Por ejemplo, definir la densidad de materia o la temperatura global sobre un volumen espacial infinito resulta un asunto particularmente delicado.

Con una extensión espacial infinita, la regresión en el tiempo no implicaría la reducción del volumen tridimensional hasta colapsar en un punto. En tal situación nos iríamos aproximando progresivamente a un curioso estado en el cual, preservando la infinitud espacial, la densidad de materia crecería a medida que nos acercamos al instante inicial, tendiendo a infinito en todos los puntos. Que un estado semejante tenga algún sentido físico es ya otra cuestión muy distinta.

Obviamente, el límite de esta secuencia retrospectiva se encontraría de nuevo en un valor nulo para el tiempo, estado en el que la densidad sería infinita en todos los puntos de un volumen espacial infinito. A diferencia del caso de curvatura positiva, sin embargo, no podemos decir ahora que los valores infinitos de las magnitudes físicas se correlacionen con una disminución tendente a cero del volumen espacio-temporal. En el caso anterior este procedimiento nos había permitido considerar que esos infinitos se correspondían con un límite que no pertenecía a la serie misma, expulsándolos —por decirlo así— del espacio-tiempo. Pero esa posibilidad no existe cuando nos vemos obligados a mantener un volumen espacial siempre infinito, habida cuenta de la estrecha imbricación entre espacio y tiempo exigida por la relatividad, y nada nos garantiza que un estado semejante posea algún tipo de interpretación física legítima.

No menos importante es la desapercibida inconsistencia que se desliza cuando tratamos de fijar el sentido físico de una extensión espacial infinita con todos sus puntos singulares. La dificultad resultará más evidente si analizamos lo que sucede al retroceder en el tiempo con una magnitud como, digamos, la densidad de materia. Un cosmos infinito contendría un número asimismo infinito de partículas distribuidas más o menos uniformemente en su seno. Esa cantidad de partículas materiales se correspondería con un infinito numerable, a diferencia de los puntos del espacio —adoptando la hipótesis habitual de continuidad— los cuales forman un conjunto infinito no numerable. Parece difícil explicar, entonces, cómo podríamos tener un estado inicial en el que la densidad fuese infinita en todos los puntos de un volumen espacial infinito (conjunto no numerable) que desembocase después en una cantidad infinita numerable de partículas materiales.

Mirando hacia el futuro, en lugar de retroceder al origen, el inconveniente no desaparece, especialmente si pretendemos componer un modelo como el que ofrece Roger Penrose en su cosmología cíclica conforme. Para afrontar el hecho de que todos los datos disponibles descartan que el universo frene su expansión e implosione, Penrose (2006) sugiere que el final de una etapa con un volumen espacial supuestamente infinito se conecta con el inicio de la siguiente, cuyo volumen inicial tiende a cero, mediante el conveniente cambio de escala asociado a una transformación conforme. Dejando a un lado otros obstáculos —como, por ejemplo, la necesidad de respetar la conservación de la carga eléctrica— la legitimidad formal que otorga la coherencia matemática no concede de suyo la necesaria plausibilidad física que los modelos cosmológicos aspiran a disfrutar. Por el momento no se conoce proceso alguno que pueda dar sentido físico a la recalibración infinita de distancias defendida por Penrose en su propuesta, sin olvidar que la evidencia empírica hasta ahora recogida tampoco lo respalda.

6 • Posibles respuestas

Además de la geometría, para enfrentarnos a este problema tenemos que contar con la topología, una rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades que permanecen invariantes frente a deformaciones que no impliquen añadir o extraer puntos del objeto estudiado (o, en general, de una variedad cualquiera). Que el tamaño del cosmos sea finito o infinito quizás dependa de sus propiedades topológicas, las cuales, a su vez, se hallan vinculadas hasta cierto punto a la geometría del espacio-tiempo. Dicho muy sucintamente y sin excesiva pérdida de rigor, la topología de una variedad queda definida por el tipo de figura n-dimensional, o "dominio fundamental", cuya repetición —como en un alicatado— puede recubrir todo el espacio considerado (Lachieze-Rey y Luminet 1995; Flapan 2010). Cuando la curvatura no es nula, el radio de curvatura fija una escala natural de distancias para el tamaño mínimo del dominio fundamental.

Un modelo de universo con curvatura positiva implica necesariamente un volumen finito para cualquier instante, al que podemos asociar muy diversas —infinitas— topologías simples o múltiplemente conexas. Los modelos con curvatura nula o negativa enriquecen las posibilidades, ya que en ambos casos el volumen del cosmos que representan puede ser finito o infinito, dependiendo de la topología escogida para ellos. Y entre estas dos opciones, el cosmos hiperbólico —con curvatura negativa— parece el más prometedor porque, además de la libertad de asignarle un volumen finito o infinito, el hecho de que su radio de curvatura sea finito permite establecer un armonioso vínculo entre su geometría y su topología.

Además, de acuerdo con los trabajos pioneros del matemático estadounidense William Thurston (1988, 1997), casi todas las variedades tridimensionales admiten una métrica con curvatura negativa, como en los espacios hiperbólicos. El especial atractivo de esta clase de modelos aumenta gracias al teorema de rigidez, en virtud del cual magnitudes geométricas tan características como el volumen, la longitud o las trayectorias geodésicas, resultan ser invariantes topológicos.

Esto nos deja ante una triple encrucijada: (A) la hipersuperficie 3-dimensional de nuestro universo tiene un volumen espacial infinito, y aquello que denominamos "universo observable" es tan solo una porción infinitesimal de su extensión; (B) el volumen espacial es finito debido a una conectividad topológica peculiar, pero el dominio fundamental es mayor que el universo observable; y (C) sucede lo mismo que en (B), aunque el dominio fundamental de la topología es menor que el universo observable y por ello podríamos detectar sus rasgos característicos.

La opción (A), aunque no imposible, resulta tan incontrastable como cualquier hipótesis que involucre la medición de una cantidad infinita. Dependiendo del tamaño del dominio fundamental —esa figura básica capaz de "embaldosar" todo el espacio— el caso (B) podría confundirse con el (A), a menos que hubiese alguna inhomogeneidad topológicamente significativa que se manifestase en el universo observable. Y el caso (C) sería el deseable para cualquier investigador con los medios técnicos adecuados.

El procedimiento empírico para decidir entre estas posibilidades suele dirigirse hacia la búsqueda de pautas o regularidades específicas en dos ámbitos: uno es la radiación de fondo de microondas —que, hasta donde sabemos, permea todo el espacio sideral— y el otro concierne a la distribución de fuentes de radiación medible (púlsares, quásares, supernovas, galaxias activas, etc.). Y lo cierto es que disponemos de una apreciable cantidad de datos suministrados por los telescopios espaciales *Hubble* en 1990 y *Herschel* en 2009, así como las sondas espaciales COBE en 1989, WMAP en 2001 y PLANCK en 2009, entre otros muchos dispositivos.

A partir de tales evidencias, con casi absoluta seguridad hemos de descartar un modelo cosmológico cerrado con curvatura positiva. La evidencia apunta más bien hacia un universo plano o, tal vez, con una ligera curvatura negativa (O'Raifeartaigh y otros 2018). Tampoco aparecen trazas de una conectividad topológica múltiple, que permitiría asociar un volumen espacial finito a alguno de estas dos geometrías cósmicas. No obstante, es cierto que un dominio fundamental de mayor tamaño que el universo observable —la opción (B) antes mencionada— resultaría compatible con los datos acumulados.

Para mayor complicación del asunto, en las primeras dos décadas del siglo XXI se probó un teorema que excluía la posibilidad de conocer la estructura global del espacio-tiempo aun presuponiendo que las la leyes físicas válidas en nuestro entorno rigen también en cualquier otra región espacio-temporal (Manchak 2009, 2020; Smeenk, y Wuthrich 2020). Parece que nos las vemos con una inevitable infradeterminación de la realidad por la teoría que la describe: la relatividad general nos suministra demasiadas posibilidades, en principio empíricamente equivalentes, para la forma global del universo. Sin embargo, no se sabe con seguridad si esa sobreabundancia de modelos observacionalmente indistinguibles se solventaría al incluir la presencia de materia en el teorema antes mencionado.

La publicación en junio de 2021 de un nuevo estudio sobre la posibilidad de atribuir un volumen finito al universo avivó el interés sobre las repercusiones cosmológicas de la topología. Un equipo conjunto franco-alemán de las universidades de Ulm y Lyon comparó la distribución observable de perturbaciones de la radiación de fondo, a diferentes escalas, con los resultados de una simulación informática diseñada para un universo cuya topología limitaba su volumen tridimensional (Aurich y otros 2021). Los datos observacionales aparentaron ajustarse mejor a la simulación informática de volumen finito que al modelo usual con una topología simple y un volumen infinito. De confirmarse así en futuros trabajos al respecto, cabría suponer que el cosmos posee las propiedades topológicas de una especie de rosquilla —toroide— tridimensional, con un volumen unas tres o cuatro veces superior al del universo visible, cuyo radio es de unos 45.000 millones de años-luz. Aún es pronto para decirlo, pero quizás una naciente astronomía de ondas gravitatorias nos permita explorar el espacio profundo y descubrir alguna pauta característica reveladora de la topología de nuestro universo.

7 • Ontología y física

Lo que sucede cuando admitimos un volumen espacial infinito en nuestros modelos cosmológicos es que de hecho quebrantamos principios tanto físicos como metafísicos que actúan a modo de restricciones sobre los rasgos que resulta lícito adjudicar a la realidad material. Uno de esos principios afirma que el infinito factual no tiene cabida en el mundo realmente existente. El infinito potencial se acepta como una abstracción referida a un proceso que nunca se verifica por completo, como la cantidad infinita de pasos necesarios para alcanzar el cero absoluto de la temperatura, según el tercer principio de la termodinámica. Pero esto es algo muy distinto de considerar que existen magnitudes físicas cuyo valor puede ser infinito en sentido fáctico, un suposición empíricamente incontrastable por lo demás.

La restricción ontológica sobre la realidad física de cantidades infinitas actúa como el correlato de la proscripción que afecta al valor nulo de ciertas magnitudes (Ellis y otros 2018). Del mismo modo que no existen dimensiones nulas —no hay objetos materiales, por ejemplo, con un grosor nulo— tampoco parece que pueda darse el caso recíproco en el que alguna dimensión, o varias, alcancen de hecho un valor infinito. En el primer caso tendríamos densidades infinitas y en el segundo un contenido infinito, suponiendo que la materia no ocupe una porción infinitesimal del espacio infinito (y en ese caso podríamos preguntarnos hasta qué punto debería llamarse espacio físico una extensión espacial infinita y vacía). Ello sin olvidar que resulta notablemente difícil describir una dinámica cosmológica coherente para un volumen espacial infinito que evoluciona en un tiempo finito.

Las consecuencias de la irrupción del infinito factual en la cosmología son tan intrigantes como desestabilizadoras. Se conoce de sobra la polémica desatada desde comienzos del siglo XX sobre la conservación de la energía en la teoría gravitatoria de Einstein (Eddington 1923; Schroedinger 1950; Hoefer 2000; Padmanabhan 2010; Lam 2011) y, por ende, en cualquier modelo cosmológico de ella derivado. La respuesta el uso es que la indefinición de la energía es un inconveniente local que se desvanece al considerar el universo en su conjunto. Esta vía de escape se ciega cuando admitimos un volumen cosmológico infinito, ya que en ese caso la energía gravitatoria de la totalidad del universo queda tan indefinida como en el caso local. También es conocida la solución que incluye algo análogo a una ley de conservación de la energía en relatividad general cuando el espacio es asintóticamente plano en el infinito. Pero se trata nuevamente de una situación local que pierde su sentido si ha de repetirse para una distribución uniforme de materia en un volumen espacial infinito.

Incluso si aceptamos que la noción de energía gravitatoria carece de un encaje natural en la teoría de Einstein, el anuncio de la detección de ondas gravitacionales como ondulaciones espacio-temporales (Abbott y otros 2016) refuerza la posición de quienes defienden considerar el espacio-tiempo como otra forma de materia (Romero 2017). De convenir con ellos que, en efecto, el espacio-tiempo posee un carácter material, se trataría de un sistema material tan peculiar que su volumen sería infinito. Ni siquiera los materialistas más radicales se sentirían cómodos con un objeto material, cualquiera que fuese, de tamaño infinito. En ese caso es obvio que nos enfrentaríamos de nuevo a las objeciones aristotélicas sobre la cognoscibilidad de los objetos de tamaño infinito, con una complejidad asimismo infinita, aunque solo fuese por la innumerabilidad de sus partes. Quedarían en entredicho principios físicos fundamentales como el de la conservación de la energía (¿cabe hablar de la energía de un sistema material infinito?), lo que a su vez dejaría en suspenso el propio concepto de materia inextricablemente ligado al de energía en ciertos planteamientos de la filosofía científica (Bunge, 2006)

Sin embargo, rechazar la materialidad del espacio-tiempo y refugiarnos en una concepción leibniziana del espacio como una entramado de relaciones entre objetos materiales (Bunge y García-Maynez 1977) no nos dejaría en mejor lugar. Además de estorbar las investigaciones sobre una posible estructura interna en el espacio-tiempo, regresaríamos al caso de una distribución infinita de materia en el seno de un espacio infinitamente extenso y recuperaríamos la polémica que agitan quienes mantienen opiniones opuestas sobre la viabilidad de construir teorías físicas aplicables a una infinidad factual de objetos (Atkinson y Johnson 2010; Perez Laraudogoitia 2010).

La única salida razonable parece dirigirnos hacia un modelo cosmológico compatible con los datos observacionales —curvatura nula o ligeramente negativa— que a la vez presente un volumen espacial finito para evadir los problemas antes mencionados. Esto solo podría conseguirse, en el marco actual, o bien relajando alguna de las condiciones que conducen a la familia de geometrías FLRW, como la homogeneidad en la distribución de materia (un requisito, por otra parte, no poco discutido), o bien recurriendo a consideraciones no meramente geométricas, como las propiedades topológicas.

Todo ello parece abogar por una postura abiertamente finitista en el sentido físico. Es decir, se diría que la atribución de un valor infinito al volumen espacial en los actuales modelos cosmológicos no sería más que un paso intermedio hacia una comprensión más acertada de la física del universo, la cual se considera del todo carente de cantidades infinitas factuales.

8 • Conclusiones

La manera más pertinente de enfrentarse al infinito ha sido fuente de confusión en la ciencia y la filosofía desde los mismos orígenes de estas disciplinas. Los matemáticos, como tantas otras veces, demostraron suficiente habilidad para erigirse pioneros en la tarea de dominar el manejo formal de los conjuntos infinitos, aunque su labor, más de siglo y medio después, se halle lejos de darse por concluida. No obstante, la elegancia y profundidad de los descubrimientos matemáticos sobre las cantidades infinitas dejaban sin aclarar su posible existencia de hecho en el mundo natural. Esa era una cuestión que solo cabía responder empíricamente y, a falta de datos que dirimiesen la cuestión, el interrogante quedaba pendiente de resolver.

El desarrollo de la ciencia moderna —así entendida desde Galileo y Newton en adelante— hubo de vérselas con las mismas ambigüedades que los antiguos filósofos por falta de herramientas formales con las que embridar el concepto de infinito. Este se asoció con modelos ideales diseñados para la simplificar los cálculos, o con señales distintivas de los límites de aplicabilidad de la teoría en uso, y quizás también como advertencia de una futura teoría que la reemplazase. En otras palabras, y utilizando un lenguaje más aristotélico, por motivos teóricos en las ciencias naturales se aceptaba -y se aprovechaba- el infinito potencial con la misma calma con que se rechazaba por consideraciones empíricas el infinito factual.

La cosmología moderna, iniciada en 1917 con las primeras aplicaciones de la relatividad general al universo, vino a cambiar por completo ese panorama tan sosegado. La geometría del cosmos pasó a un primer plano, abriendo tres posibles escenarios en dos de los cuales el volumen espacial del universo parecía ser necesariamente infinito. Cuando las observaciones astronómicas descartaron la posibilidad de un cosmos con curvatura positiva, a finales ya del siglo XX, las opciones restantes invitaban a pensar en una extensión infinita. Esta circunstancia encerraba no pocos inconvenientes tanto teóricos (¿Qué sentido tiene el infinito factual en el mundo físico?) como empíricos (¿Cómo podría calibrarse el valor de una magnitud que por definición es inconmensurable?), que se orillaron prudentemente en beneficio de la simplicidad de los modelos cosmológicos involucrados.

Estas nuevas direcciones de investigación nos adentran en un vastísimo territorio de posibilidades la gran mayoría de las cuales apenas podemos vislumbrar en la actualidad. Una firme defensa del finitismo físico, la negativa a admitir la realidad del infinito factual, no impide reconocer que en el ámbito cosmológico los trabajos teóricos habrán de esperar nuevos y más precisos datos observacionales que orienten su camino. Mientras tanto, el interrogante del infinito factual, quizás sustanciado en el volumen de nuestro universo, seguirá abierto no sabemos por cuanto tiempo ni con qué consecuencias futuras para nuestra imagen del cosmos.

9 • Bibliografía

Abbott, Benjamin y otros. "Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger", *Physical Review Letters*, 116:061102 (2016).
https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102.

Albrecht, Andreas. "Cosmic Inflation and the Arrow of Time". Science and Ultimate Reality: Quantum Theory, Cosmology and Complexity, eds. John Barrow, Paul Davies y Charles Harper. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. 363-401.

Arthur, Richard. "Leibniz on infinite number, infinite wholes, and the whole world: A reply to Gregory Brown", *Leibniz Review* 11 (2001): 103–116.

Atkinson, David y Porter Johnson. "Nonconservation of Energy and Loss of Determinism II. Colliding with an Open Set", *Foundations of Physics* 40 (2010): 179–189. https://doi.org/10.1007/s10701-009-9384-8

Aurich, Ralf, Thomas Buchert, Martin France y Frank Steiner. "The variance of the CMB temperature gradient: a new signature of a multiply connected Universe". https://arxiv.org/abs/2106.13205v1, 2021

Brown, Gregory. "Leibniz's mathematical argument against a soul of the world", *British Journal for the History of Philosophy* 13 (2005): 449–488.

Bunge, Mario. "Is Scientific Metaphysics Possible?", *The Journal of Philosphy* 68 (1971)): 507 – 520.

Bunge, Mario. *A la caza de la realidad*. Barcelona: Gedisa, 2006

Bunge, Mario y Eduardo Garcia-Maynez. "A relational theory of physical space", *International Journal of Theoretical Physics*, 15 (1977): 961–972.

Chandrasekhar, Subrahmanyan. "The Highly Collapsed Configurations of a Stellar Mass", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 91 (1931*a*): 456-466.

Chandrasekhar, Subrahmanyan. "The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs", *Astrophysical Journa*l 74 (1931*b*): 81-82.

Chandrasekhar, Subrahmanyan. "Some Remarks on the State of Matter in the Interior of Stars", *Zetischrift f*ür *Astrophysik* 5 (1932): 321-327.

Coope, Ursula. *Time for Aristotle: Physics IV*. Oxford (UK): Oxford University Press, 2005.

Cooper, John. "Aristotelian infinites", Oxford Studies in Ancient Philosophy 51 (2016): 161–206.

Dauben, Joseph. *Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite*. Princeton: Princeton University Press, 1990,

Dauben, Joseph. "Conceptual Revolutions and the History of Mathematics". *Revolutions in Mathematics*, ed. Donald Gillies. Oxford (UK): Clarendon Press, 1992. 59–60.

De Risi, Vincenzo. *Geometry and Monadology: Leibniz's Analysis Situs and Philosophy of Space*. Basel: Birkhäuser, 2007.

Eddington, Arthur. *The mathematical theory of relativity*. Cambridge (UK): Cambridge University Press, 1923.

Einstein, Albert. "Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitaetstheorie", *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* 8 (1917): 768-770.

Ellis, George, Krzysztof Meissner y Hermann Nicolai. "The physics of infinity", *Nature Physics* 14 (2018): 770-772.

Finkelstein, David. "Past-Future Asymmetry of the Gravitational Field of a Point Particle", *Physical Review* 110 (1958): 965-967.

Flapan, Erica. *Knots, molecules, and the universe: an introduction to topology*. Providence: American Mathematical Society, 2010.

Goldhaber, Gerson. "The Acceleration of the Expansion of the Universe: A Brief Early History of the Supernova Cosmology Project (SCP)", *Proceedings of the 8th UCLA Dark Matter Symposium* 1166 (2009): 53–72.

Hawking, Stephen y Roger Penrose. "The singularities of gravitational collapse and cosmology", *Proceedings of the Royal Society* A314 (1970): 529 – 548.

Hoefer, Carl. 2000. "Energy conservation in GTR", *Studies in History and Philosophy of Science B* 14 (3): 237-256.

Hussey, Edward. *Aristotle's Physics, books III and IV*. Oxford (UK): Oxford University Press, 1983.

Judson, Lindsay (ed.). *Aristotle's Physics: a collection of essays*. New York: Oxford University Press, 1991.

Lachieze-Rey, Marc y Jean-Pierre Luminet. "Cosmic topology", *Physics Reports* 254 (1995): 135-214.

Lam, Vincent. "Gravitational and nongravitational energy: The need for background structures", *Philosophy of Science* 78 (2011): 1012–1023.

Lear, Johnathan. "Aristotelian Infinity", *Proceedings of the Aristotelian Society* 80 (1979): 187–210.

Levey, Samuel. "Leibniz on Mathematics and the Actually Infinite Division of Matter", *The Philosophical Review* 107(1998): 49–96.

Linde, Andrei. *Inflationary cosmology*. Berlin: Springer, 2008.

Manchak, John. *Global Spacetime Structure*. Cambridge (UK): Cambridge University Press, 2020.

Manchak, John. "Can we know the global structure of spacetime?", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 40 (2009): 53–56.

Misner, Charles, Kip Thorne, y John Wheeler. *Gravitation*. San Francisco: Freeman, 1973.

Mottola, Emil y Pawel Mazur. "Gravitational Condensate Stars", *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111 (2004): 9545-9550.

Norton John. "The Cosmological Woes of Newtonian Gravitation Theory", *The expanding worlds of general relativity*, eds. Hubert Goenner, Jürgen Renn, Jim Ritter y Tilman Sauer. Boston: The Center for Einstein Studies, 1999. 271-297.

Oppenheimer Robert y George Volkoff. "On Massive Neutron Cores", *Physical Review* 55 (1939): 374–381.

Oppy, Graham. *Philosophical Perspectives on Infinity*. New York: Cambridge University Press, 2006.

O'raifeartaigh, Cormac, Michael O'keeffe, Werner Nahm y Simon Mitton. "One hundred years of the cosmological constant: from superfluous stunt to dark energy", *The European Physical Journal H* 43 (2018): 73–117.

Padmanabhan, Thanu. *Gravitation: Foundations and frontiers*. Cambridge (UK): Cambridge University Press, 2010

Penrose, Roger. "Gravitational Collapse: The Role of General Relativity", *Revista del Nuovo Cimento - Numero Speciale* 1 (1969): 252–276.

Penrose, Roger. "Chandrasekhar, Black Holes, and Singularities", *Journal of Astrophysics and Astronomy* 17 (1996): 213–231.

Penrose, Roger. "Before the Big Bang: An Outrageous New Perspective and its Implications for Particle Physics", *Proceedings of the EPAC 2006*, (Edinburgh, Scotland), 2006. 2759–2762.

Perez-Laraudogoitia, Jon. "A Flawed Argument Against Actual Infinity in Physics", *Foundations of Phys*ics 40 (2010): 1902–1910. https://doi.org/10.1007/s10701-010-9498-z

Perlmutter, Saul y otros. "Discovery of a Supernova Explosion at Half the Age of the Universe and its Cosmological Implications", *Nature* 391 (1998): 51-54.

Romero, Gustavo. "Adversus singularitates: the ontology of space-time singularities", *Foundations of Science* 18 (2013): 297-306.

Romero, Gustavo. "On the Ontology of Spacetime: Substantivalism, Relationism, Eternalism, and Emergence", *Foundations of Science* 22 (2017): 141–159. https://doi.org/10.1007/s10699-015-9476-1

Romero, Gustavo. *Scientific Philosophy*. New York: Springer, 2018

Schroedinger, Erwin. *Space-time structure*. Cambridge (UK): Cambridge University Press, 1950.

Schwarzschild, Karl. „Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie", *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*. (Phys. Math. Kl), 1916. 189-196.

Seeliger Hugo. "Über das Newton'sche Gravitationsgesetz", *Astronomische Nachrichten*, 137 (1895): 129–136.

Smeenk, Chris y Christian Wuthrich. "Determinism and general relativity", *Philosophy of Science*, 10.1086/713904 (arXiv:2009.07555v1), 2020

Sorabji, Richard. *Time, creation, and the continuum: theories in antiquity and the early Middle Ages*. New York: Ithaca, 1983.

Steinhardt, Paul y Neil Turok. *Endless Universe*. New York: Doubleday, 2007.

Thurston, William. "On the geometry and dynamics of diffeomorphisms of surfaces", *Bulletin of the American Mathematical Society* 19 (1988): 417 – 431.

Thurston, William. *Three-Dimensional Geometry and Topology (vol. I)*. Princeton: Princeton University Press, 1997.

Van Atten, Mark. "A note on Leibniz' argument against infinite wholes", *British Journal for the History of Philosophy* 19 (2011): 121-129.

Vickers, Peter. "Was Newtonian Cosmology Really Inconsistent?", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 40 (2008): 197–208.

Wald, Robert. General Relativity. Chicago: University of Chicago Press, 1984.

Weinberg, Steven. *Gravitation and Cosmology*. New York: John Wiley & Sons Inc, 1971.

Weinberg, Steven. "Ultraviolet divergencies in quantum theories of gravitation". *General relativity, an Einstein Centenary survey*, eds. Stephen Hawking y Werner Israel. Cambridge: Cam. Univ. Press, 1979. 790-831.