



Diagnosticando mediante la teoría de Van Hiele para garantizar educación de calidad

Diagnostic assessments using Van Hiele's theory to ensure quality education

Recibido: 18/10/2024 | Revisado: 04/11/2024 | Aceptado: 21/11/2024 |
Online First: 20/12/2024 | Publicado: 31/12/2024

-  **Yeray Rodríguez Rincón**
Universidad Pública de Navarra
yeray.rodriguez@unavarra.es
<https://orcid.org/0000-0001-6385-3068>
-  **Ángel-Alberto Magreñán Ruiz**
Universidad de La Rioja
anmagren@unirioja.es
<https://orcid.org/0000-0002-6991-5706>
-  **Lara Orcos Palma**
Universidad de La Rioja
lara.orcos@unirioja.es
<https://orcid.org/0000-0001-8138-551X>

Resumen:

La agenda 2030 ha abierto un nuevo horizonte en el que se han marcado unos objetivos de desarrollo sostenible a alcanzar. Dentro de dichos objetivos se encuentra el ODS4 "Educación de Calidad" donde destaca la educación equitativa y de calidad y la creación de oportunidades de aprendizaje a lo largo de la vida para todas las personas. Para poder garantizar dichos aspectos, lo primero que se debe hacer es conocer el nivel de partida de cada estudiantes y esto en el área de geometría se puede hacer usando la teoría de Van Hiele. Además, es sumamente importante conocer la percepción del estudiantado con respecto a la materia que se está trabajando. Por todo ello, se han diseñado 3 test, adaptándolos, a partir de las recomendaciones y sugerencias de la literatura, de otros ya contrastados. Los

Abstract:

The 2030 agenda has opened a new horizon in which sustainable development goals have been set to be achieved. Among these objectives appears the Sustainable Development Goal 4 "Quality Education" which highlights equitable and quality education and the creation of lifelong learning opportunities for all people. In order to guarantee these aspects, the first thing to do is to know the starting level of each student which in geometry area can be done using Van Hiele's theory in order to obtain the level in which they are. In addition, it is extremely important to know the perception of the students regarding the subject being worked on, in this case geometry. For all this, 3 tests have been designed, adapting them from others already tested following the recommendations and suggestions present in the literature. The results of the responses

resultados de las respuestas muestran como en el grupo considerado es necesaria una intervención. También es necesario conocer cuál es el nivel inicial de conocimientos de cada una de las personas, además de su nivel visoespacial y la percepción sobre la motivación, la utilidad y la confianza que tienen en sí mismos con respecto a la geometría. A partir de esta información se puede plantear la intervención de una manera personalizada garantizando la igualdad de oportunidades y ayudando en la creación de oportunidades de aprendizaje en el futuro.

Palabras clave: Geometría, igualdad de oportunidades, matemáticas, evaluación de conocimientos anteriores, intervención educativa

show how in the considered group an intervention is necessary. In addition, information related to the initial level of knowledge of each of the people who, their visuospatial level and the perception about the motivation, usefulness and confidence they have in themselves regarding geometry is needed. Based on this information, different interventions can be planned in a personalized way, guaranteeing equal opportunities, equity and helping to create learning opportunities in the future for each particular student.

Keywords: Geometry, equal opportunities, mathematics, assessment of prior knowledge, educational intervention.

Introducción

Los sistemas educativos actuales centran el modelo de enseñanza-aprendizaje en la adquisición y el desarrollo de competencias. En relación con el ámbito de las matemáticas, uno de los sentidos competenciales más importantes es el geométrico, ya que un adecuado desarrollo del mismo capacita al estudiantado para enfrentarse con éxito a problemas del mundo moderno, haciendo uso de técnicas de pensamiento lógico y espacial (Crompton & Ferguson, 2024). No obstante, estudios como el realizado por Wjaya et al. (2019) alertan de que el estudiantado muestra niveles deficientes de comprensión geométrica, lo que acaba limitando tanto sus habilidades como sus capacidades para la resolución de problemas y la abstracción espacial.

Una de las posibles causas por las que el estudiantado no es capaz de desarrollar una adecuada competencia geométrica es que las metodologías didácticas aplicadas en el aula no son adecuadas para lograr tal fin. Tal es así que autores como Mwadzaangati y Kazima (2019) proponen el uso de metodologías enfocadas al desarrollo de una comprensión profunda de los principios geométricos, con su correspondiente aplicación práctica. Para ello, debería modificarse la práctica tradicional de enseñanza de la geometría, basada en la explicación y en la evaluación mediante la memorización de figuras y fórmulas.

Si bien legislaciones actuales, como pueden ser los últimos Reales Decretos del Sistema Educativo Español (Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria., 2022; Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato., 2022) recogen este sentido competencial dentro del currículo matemático, las investigaciones más recientes demuestran que el estudiantado sigue mostrando dificultades en la adquisición de competencias geométricas y espaciales (Rojas Suárez & Sierra Delgado, 2021; Suárez & Delgado, 2020). Estas dificultades se observan en la falta de capacidades para visualizar y manipular objetos tridimensionales y en una carencia relacional entre

formas bidimensionales y tridimensionales, así como en la escasa habilidad para aplicar conocimientos geométricos a problemas reales (Sulistiowati et al., 2019).

A estas dificultades se le suma la incapacidad para relacionar las matemáticas con contextos de la vida cotidiana, lo que limita en mayor medida la motivación de los aprendices y nubla la relevancia de las habilidades geométricas más allá del aula (Araya & Alfaro, 2010). Se deduce, en consecuencia, que la práctica habitual de las metodologías tradicionales, basada en la repetición mecánica de procedimientos operacionales, no es lo suficientemente adecuada para lograr un desarrollo del pensamiento geométrico satisfactorio. De hecho, se ha constatado que el estudiantado tiene problemas considerables cuando intenta desarrollar deducciones formales y cuando intenta resolver problemas que requieren de una demanda cognitivo-geométrica elevada (Lane et al., 2019; Sunardi et al., 2019). Por lo tanto, parece lógico pensar que el estudiantado sigue teniendo un bajo nivel de comprensión geométrica; es decir, que carece de habilidades para alcanzar los niveles de razonamiento superior de la teoría de Van Hiele (Van Hiele, 1986).

Para abordar esta problemática, sería conveniente reflexionar sobre cómo replantear el enfoque pedagógico tradicional hacia un enfoque que orbite entorno a la comprensión activa y significativa de la geometría. La teoría de Van Hiele (Van Hiele, 1986) ofrece un marco valioso desde el cual guiar este proceso de cambio. Siguiendo el marco de esta teoría, el estudiantado desarrolla sus capacidades geométricas a través de distintos niveles de pensamiento, desde un simple reconocimiento de figuras según su forma hasta avanzados razonamientos deductivos. Sin embargo, a mayor parte del estudiantado no es capaz de superar los niveles iniciales, debido a las ineficientes estrategias didácticas que han ido desarrollando durante etapas educativas previas (Fitriyani et al., 2018).

En este contexto, el objetivo de este estudio es analizar si el nivel competencial geométrico del estudiantado en el nuevo modelo legislativo del Sistema Educativo español es adecuado. A partir de este análisis, se propondrán alternativas para desarrollar en mayor medida este sentido matemático, haciendo uso de nuevas metodologías de aprendizaje y de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs). Para ello, se propone un análisis detallado de la teoría de Van Hiele como marco para el desarrollo de competencias geométricas. Además, se estudia cómo el uso de herramientas interactivas TIC, en integración con metodologías activas, puede ayudar a mejorar dichas competencias. Finalmente, se reflexionará acerca del beneficio del uso de innovaciones tecnológicas en el aprendizaje de la geometría, con la intención de proporcionar soluciones didácticas que permitan desarrollar habilidades espaciales y deductivas de manera más profunda.

Marco Teórico

La teoría de Van hiele (Van Hiele, 1986) es un marco didáctico que distribuye la competencia matemático-geométrica en cinco niveles de desarrollo del pensamiento, con sus correspondientes fases de aprendizaje. Los niveles de

pensamiento están diseñados en función del dominio geométrico, de tal forma que un desarrollo adecuado y secuencial del razonamiento geométrico permite avanzar a los niveles subsiguientes, con la máxima de no poder avanzar de nivel sin haber desarrollado todas las competencias requeridas para ello (Pegg, 2014). Este progreso está influenciado tanto por la experiencia educativa como por la maduración cognitiva del alumnado, siendo responsabilidad del cuerpo docente estructurar el aprendizaje de manera que facilite la transición entre los cinco niveles.

Niveles de pensamiento

La teoría de Van Hiele describe cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, según el dominio de los conceptos geométricos de cada persona, estableciendo que el progreso a través de los niveles depende de una instrucción adecuada y secuencial. Los cinco niveles de pensamiento son los siguientes:

Nivel 1: Reconocimiento (Visualización). En este nivel, una persona es capaz de reconocer formas geométricas basándose en su apariencia visual global, pero sin comprender las propiedades que definen dichas formas. Las figuras son percibidas como un todo, y el razonamiento geométrico está limitado a identificaciones simples sin un análisis detallado. Por ejemplo, un estudiante puede identificar un cuadrado porque "se ve como un cuadrado", sin entender que tiene cuatro lados iguales y ángulos rectos. Este nivel es común en etapas madurativas iniciales.

Nivel 2: Análisis. El estudiantado comienza a reconocer y describir las propiedades de las figuras geométricas. En este nivel, es capaz de identificar características de las formas, como que un cuadrado tiene lados de igual longitud o que un triángulo tiene tres lados, pero sin llegar a comprender las relaciones entre estas propiedades. No es capaz de hacer deducciones formales, pero ya puede describir atributos específicos de las figuras. Este nivel representa un avance hacia un razonamiento más abstracto, aunque todavía limitado en cuanto a la conexión entre diferentes propiedades geométricas.

Nivel 3: Clasificación (Deducción informal). En este nivel, el estudiantado es capaz de relacionar y organizar las propiedades de las figuras geométricas, lo que le permite clasificar las figuras en categorías más amplias. Por ejemplo, entiende que todos los cuadrados son rectángulos, pero no todos los rectángulos son cuadrados. Aunque comienza a realizar deducciones lógicas, aún no comprende completamente la naturaleza formal de las demostraciones geométricas. Es decir, puede razonar sobre las propiedades de las figuras y sus relaciones, pero no tiene la capacidad de realizar deducciones completamente formales basadas en axiomas.

Nivel 4: Deducción formal. En este nivel las personas comprenden las demostraciones formales y desarrollan razonamientos basados en los axiomas de la geometría. Son capaces de construir pruebas geométricas y seguir la lógica deductiva para llegar a conclusiones sobre las propiedades de las figuras. Aunque ya entienden los sistemas axiomáticos que sustentan la geometría, todavía pueden tener dificultades para comprender por completo la interconexión entre diferentes sistemas

geométricos. Este nivel debería ser alcanzado en los últimos años de la educación secundaria.

Nivel 5: Rigor. En este último nivel, el estudiantado alcanza un nivel de abstracción y comprensión completo de los sistemas axiomáticos que subyacen a la geometría. Puede comparar y trabajar con diferentes sistemas geométricos de manera flexible y sofisticada. El razonamiento es completamente abstracto, lo que le permite crear y analizar sistemas geométricos complejos, formular teoremas y desarrollar nuevas pruebas geométricas. Este nivel suele desarrollarse durante la educación superior, particularmente en ramas especializadas como las matemáticas o áreas afines.

Fases del aprendizaje

Paralelamente, esta teoría también estructura cinco fases del aprendizaje que aplican a cada uno de los niveles de pensamiento, de forma que el progreso dentro de cada nivel está condicionado por el avance a lo largo de las fases del aprendizaje. Así, las fases describen el medio de interacción con los conceptos geométricos y guían la estructuración de las experiencias por parte del profesorado:

Fase 1: Información. En esta primera fase, el estudiantado interactúa con los conceptos y con las figuras de forma práctica. Por ejemplo, se busca que el estudiantado manipule figuras y representaciones visuales, con el objetivo de familiarizarse con los objetos geométricos, aún sin comprender sus propiedades.

Fase 2: Orientación Guiada. Esta segunda fase busca que los estudiantes trabajen de forma activa en el descubrimiento de aspectos relacionales entre las figuras geométricas y los conceptos. La labor del cuerpo docente en esta fase es esencial, ya que debe ser facilitador del proceso de razonamiento, incentivando y guiando la reflexión hacia la identificación de los puntos clave por parte del estudiantado.

Fase 3: Explicación. Es esta fase, el estudiantado se apoya de los descubrimientos hallados en la fase previa para formular descripciones sobre los conceptos geométricos en cuestión. Además, el profesorado introduce un vocabulario técnico, encaminando el aprendizaje hacia una descripción más formal y precisa.

Fase 4: Orientación Libre. Esta fase permite que el estudiantado comience a trabajar de forma autónoma en la resolución de problemas geométricos. Así, los estudiantes tienen completa libertad para explorar y aplicar lo aprendido durante las fases previas, facilitando la creación de un aprendizaje más significativo y profundo. Así mismo, esta fase permite desarrollar habilidades de autorregulación, de pensamiento deductivo y de análisis crítico.

Fase 5: Integración. Por último, esta fase pretende integrar todos los conceptos y todas las relaciones trabajadas, promoviendo una consolidación del aprendizaje desde una perspectiva global y coherente de la geometría. Esta puesta en común permite organizar y sintetizar todos los conceptos trabajados, así como dar lugar a reflexiones que estén ligadas con los siguientes niveles de pensamiento.

Este marco teórico ha sido el germen de numerosas investigaciones, en una amplia variedad de etapas y de contextos educativos. Desde su formulación, muchos

estudios han ratificado la eficacia de la teoría en el contexto de la enseñanza geométrica, siendo motor para la mejora del razonamiento geométrico y para una comprensión más profunda de conceptos abstractos por parte del estudiantado.

De todos ellos, una de las propuestas más influyentes fue la realizada por Usiskin y Senk (1990). Estos autores fueron capaces de extrapolar este marco teórico a un test que evalúa el nivel de pensamiento en el que se encuentra cada estudiante. Tal es la relevancia de esta herramienta que el test se ha convertido en una prueba estándar para el diagnóstico del progreso en el razonamiento geométrico de los estudiantes. Como resultado de su aplicación, diversos estudios como el de Armah y Kissi (2019) han demostrado que, con independencia de los niveles de educación, el estudiantado permanece en niveles iniciales de Van Hiele, lo cual evidencia que existe necesidad de reformular las metodologías didácticas y las estrategias pedagógicas con las que se enseña la geometría.

Otros estudios, como los llevados a cabo por Naufal et al. (2021), Pujawan et al. (2020) o Yalley et al. (2021), analizan la eficacia del uso de las TIC en integración con el marco teórico de Van Hiele. Los resultados de estas investigaciones reflejan que esta interrelación no sólo permitía mejorar la capacidad de visualización de figuras geométricas complejas, sino que, además, el estudiantado mostraba un mayor desarrollo en capacidades como el análisis crítico o la deducción compleja, permitiéndole avanzar a niveles de pensamiento superiores.

Las TIC como medio para la enseñanza geométrica

En la última década, la evolución tecnológica ha contribuido al avance y la mejora de las herramientas utilizadas para la enseñanza de las matemáticas, y en especial de la geometría.

El acceso a estas nuevas tecnologías se ha generalizado y el desarrollo de los *softwares* relacionados con la enseñanza de la geometría se ha perfeccionado a través de la inclusión de herramientas interactivas. De esta forma, cuando el estudiantado hace uso de estos *softwares*, tiene la capacidad de estudiar los conceptos geométricos y sus propiedades entendiendo el proceso de una forma más visual y atrayente, no únicamente centrándose en la parte abstracta, que es la potenciada en la enseñanza tradicional de la geometría.

En este sentido, la literatura académica destaca un efecto positivo del uso de las TICs en la enseñanza de la geometría. Estas herramientas fomentan el desarrollo de la visualización espacial, el razonamiento deductivo y la resolución de problemas (Buckley et al., 2019; Santos-Trigo et al., 2019), todas ellas áreas relacionadas con la competencia geométricas. Además, autores como Phipps y Merisotis (1999), Toma et al. (2023) o Adelabu et al. (2019) demuestran que mediante el uso de nuevas tecnologías en la enseñanza se logra un aprendizaje más activo y autónomo, objetivo que se pretende conseguir a con la enseñanza de la geometría.

Entre las aplicaciones de carácter tecnológico más utilizadas en etapa escolar se encuentra GeoGebra, un *software* de geometría dinámica que permite experimentar con figuras geométricas de forma interactiva, con sus respectivas visualizaciones y transformaciones. Autores como Dockendorff y Solar (2018) han

probado el efecto positivo que tiene el uso de este *software* en el desarrollo de la comprensión geométrica. Otro rasgo característico que destacan estos autores es que el uso de este tipo de *softwares* respeta los diferentes ritmos de aprendizaje del alumnado, por lo que fomenta un aprendizaje más duradero y significativo.

Paralelamente, otra herramienta informática para la enseñanza de la geometría en auge es BlocksCAD. Se trata de un programa que da la posibilidad al estudiantado de crear y manipular objetos tridimensionales mediante la programación por bloques. De esta forma, el alumnado perfecciona tanto su comprensión geométrica, como el pensamiento computacional y la capacidad de resolver problemas complejos mediante la descomposición y manipulación de figuras (Beltrán-Pellicer et al., 2020).

La capacidad que tienen estos *softwares* de potenciar las competencias geométricas, unido al carácter motivacional sobre el alumnado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, los convierte en la herramienta idónea para diseñar actividades que permitan agilizar el desarrollo cognitivo a través de todos los niveles de pensamiento propuestos en el marco teórico de Van Hiele.

En esta línea de investigación, Ansah et al. (2022) estudio el uso de GeoGebra como *software* para la realización de actividades siguiendo la teoría de Van Hiele. Los resultados mostraron que el estudiantado que llevó a cabo estas actividades mediante GeoGebra alcanzó un mayor desarrollo de sus capacidades geométricas. Por lo tanto, parece ser interesante realizar un estudio de similares características, pero utilizando como herramienta informática el *software* geométrico BlocksCAD.

Los niveles de Van Hiele y el ODS 4 “Educación de Calidad”

En enero de 2016 se pusieron en marcha los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) por parte de las Naciones Unidas para ser implementados en 170 países. En el ámbito educativo, es precisamente donde se puede trabajar los ODS a través de la “Educación para el desarrollo Sostenible”. Tal y como expone Briceño (2020), en concreto, el ODS número 4 “Educación de Calidad” “tiene como misión proporcionar una educación de calidad para todos los niños de aquí al año 2030” (p.187). Por su parte Montoya en UNESCO (2023) afirma que “el compendio de datos sobre el ODS 4 nos muestra cómo podemos apoyar a los países sacar máximo provecho de los datos para asegurar una educación de calidad que garantice que ningún niño se quede rezagado” (s.p).

Tal y como establece la Red Española para el Desarrollo Sostenible (2017), hay que proporcionar al estudiantado tanto conocimiento como habilidades y motivación para que comprendan y se sientan comprometidos con los ODS y sobre la Educación para el Desarrollo Sostenible se debe abogar por proporcionar: experiencias profesionales o académicas para otorgar soluciones a los ODS así como una educación asequible e inclusiva que fomente el desarrollo de las capacidades y habilidades tanto de estudiantes como de profesionales de los países en vías de desarrollo a través del empoderamiento y la movilización de la juventud.

En este aspecto se basa, por lo tanto, la propuesta presentada en este estudio, basada en la educación de calidad, personalizada e inclusiva que pueda llegar a todo el estudiantado para el trabajo de la geometría siguiendo los niveles del modelo Van Hiele.

Metodología

En esta sección se presenta la metodología utilizada en este estudio donde se han adaptado diferentes test para poder conocer el punto de partida de cada estudiante y así poder darle una educación personalizada.

Muestra

La muestra utilizada en este estudio se compone de un total de 65 estudiantes de primer curso de Bachillerato en un centro concertado de educación en España. Las 65 personas se dividen según el tipo de bachilleratos en 28 estudiantes del itinerario científico-tecnológico, 22 estudiantes del itinerario biosanitario y 15 estudiantes del itinerario social.

Diseño metodológico

El diseño metodológico elegido es el descriptivo, que es uno de los más utilizados en educación, ya que lo que trata es de describir la realidad del grupo estudiado. Se han realizado varias mediciones para cada uno de los grupos con los que se cuenta, formados desde el inicio de curso desde el inicio del curso.

Pruebas diagnósticas utilizadas

Con el fin de poder determinar el nivel de partida del conocimiento geométrico del alumnado se han utilizado tres pruebas diagnósticas relacionada con la geometría. El primer test está vinculado con la percepción que tiene el propio estudiantado cuando se enfrenta a problemas geométricos. El segundo test está diseñado para medir su nivel competencial en geometría. Y el tercer y último test, se ha diseñado para medir la habilidad visoespacial que posee el estudiantado.

El primer test considerado es una adaptación del test propuesto por Utlely (2007). El test original constaba de 32 ítems, y en la modificación se han seleccionado las 25 preguntas más representativas, a criterios de especialistas. Dicha selección se ha realizado para evitar los solapamientos y, también, para que el estudiantado pudiera realizar los 3 test en 45 minutos y tratar así de mantener la atención el mayor tiempo posible.

El segundo test, es decir, el que mide la competencia geométrica del estudiantado, consta de 20 preguntas, repartidas en los cinco niveles propuestos por Van Hiele (1986). Para su diseño se ha tomado como referencia para la parte de geometría plana la prueba presentada por Usiskin & Senk (1990), y para la geometría espacial la prueba presentada en Patkin (2014). Al igual que en el caso anterior y, por

idénticos motivos, se han seleccionado 4 de las 5 preguntas por cada uno de los niveles de Van Hiele.

Por último, para el diseño del test que mida la habilidad visoespacial del estudiantado, se han consultado las pruebas que aparecen en Cohen & Hegarty (2012), Komala et al. (2021), Vandenberg & Kuse (1978) y Williams et al. (2010). Este test está formado por 10 preguntas que analizan el nivel de desarrollo de esta habilidad en cuatro ítems principales: proyecciones y vistas, rotación de figuras, desarrollos de diversos objetos y secciones generadas por cortes de planos.

Análisis de datos

Para analizar los resultados obtenidos en las pruebas diagnósticas los datos recogidos han sido tratados siguiendo las siguientes directrices:

Con respecto al primer test, que consta de 25 preguntas y trata de medir la percepción del estudiantado, se han dividido los datos en 3 categorías: motivacional, confianza y utilidad; a razón de 7, 9 y 8 preguntas, respectivamente. Siguiendo la recomendación de la literatura académica, para obtener la percepción de cada estudiante sobre la geometría, se debe realizar el promedio de los valores numéricos asociados a cada bloque.

En el segundo test, que consta de 20 preguntas, y que mide el nivel de Van Hiele en el que se encuentra el estudiantado, se ha determinado que dicho nivel será el mínimo nivel en el que no se logren, al menos, 3 preguntas correctas de las 4 posibles, ya que para poder alcanzar un nivel se debe dominar el anterior y es por ello por lo que aunque obtengan preguntas correctas en un nivel superior si no las obtienen en los niveles anteriores no se puede decir que hayan alcanzado dicho nivel superior.

Por último, los datos utilizados en el análisis de la prueba visoespacial son las calificaciones obtenidas en el test, compuesto por 10 preguntas.

Con todo ello, se ha realizado un análisis estadístico descriptivo con el objetivo de poder determinar el nivel en el que el estudiantado se encuentra, y poder dar una atención personalizada y de calidad, así como promover oportunidades de aprendizaje adaptables en el tiempo, ayudando así a cumplir con el Objetivo de Desarrollo Sostenible 4 de la Agenda 2030: Educación de calidad.

Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos en cada una de las pruebas. En la primera de ellas se han distinguido entre las tres categorías tomadas: motivación, confianza y utilidad. En cada una de las partes consideradas se presentarán en primer lugar los resultados globales obtenidos por el grupo completo.

Resultados obtenidos por el grupo completo en la parte motivacional del primer test

La parte motivacional del primer test constaba de 7 preguntas que el estudiantado respondió siguiendo una escala Likert (1-5, siendo 1 “Totalmente en desacuerdo” y 5 “Totalmente de acuerdo”)

M1. La geometría es divertida.

M2. Cuando acabo una clase sin haber resuelto una cuestión geométrica, sigo razonándola con la intención de resolverla.

M3. Cuando comienzo a resolver un problema de geometría, me resulta difícil parar de trabajar en él.

M4. Siento que el tiempo pasa muy rápido en las clases de geometría.

M5. La geometría es una materia interesante de estudiar.

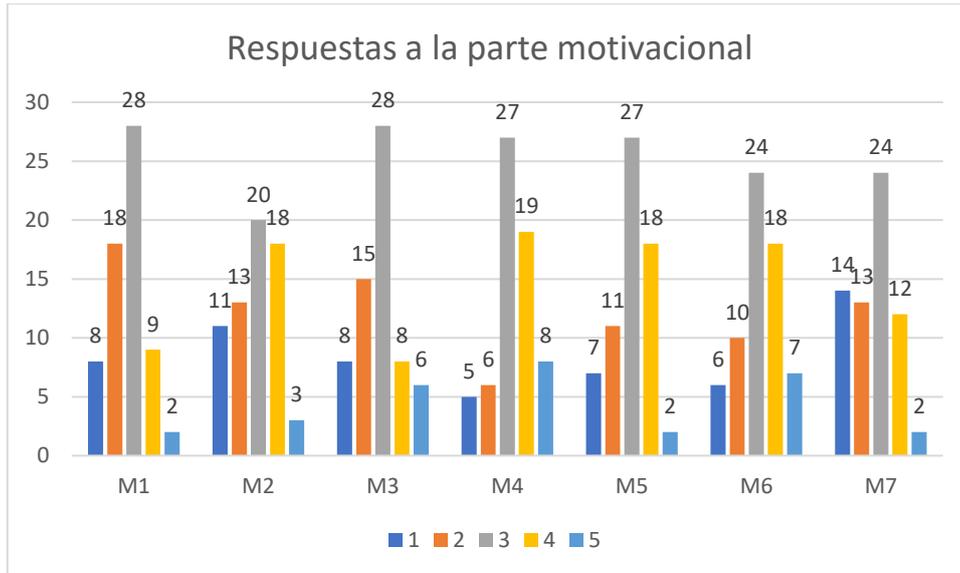
M6. La geometría me parece muy fácil.

M7. Disfruto resolviendo problemas de geometría.

Los resultados obtenidos por el grupo completo en este test se muestran en la Figura 1 y se puede observar, como, en líneas generales, la respuesta más repetida es el 3, es decir la respuesta neutra: “Ni de acuerdo ni en desacuerdo”. Por otro lado, se observa que en las preguntas M1, M3 y M7, dedicadas a si es divertida, si les resulta complicado parar una vez que están resolviendo un problema de geometría y si disfrutan haciendo geometría, las respuestas 1 y 2, son claramente superiores al número de respuestas 4 y 5. Por lo que esto parece indicar que en el grupo considerado el gusto por la geometría no es muy alto. En el lado opuesto las preguntas M4 y M6, relacionadas con la percepción del tiempo y si les parece fácil y si disfrutan, el número de respuestas 4 y 5 son claramente superiores a las respuestas 1 y 2, por lo que destaca que la materia les parece fácil e interesante y disfrutan resolviendo problemas de geometría. Por último, las respuestas a las preguntas M2 y M5, relacionadas con el hecho de seguir razonando problemas inacabados y con si les resulta interesante la geometría, el número de respuestas es similar en ambos casos.

Figura 1

Respuestas dadas por el estudiantado a la parte motivacional del primer test



Fuente. Elaboración propia.

Resultados obtenidos por el grupo completo en la parte sobre la confianza del primer test

La parte motivacional del primer test constaba de las siguiente 9 preguntas, que respondió el estudiantado, con respuestas medidas en una escala Likert (1-5, siendo 1 “Totalmente en desacuerdo” y 5 “Totalmente de acuerdo”)

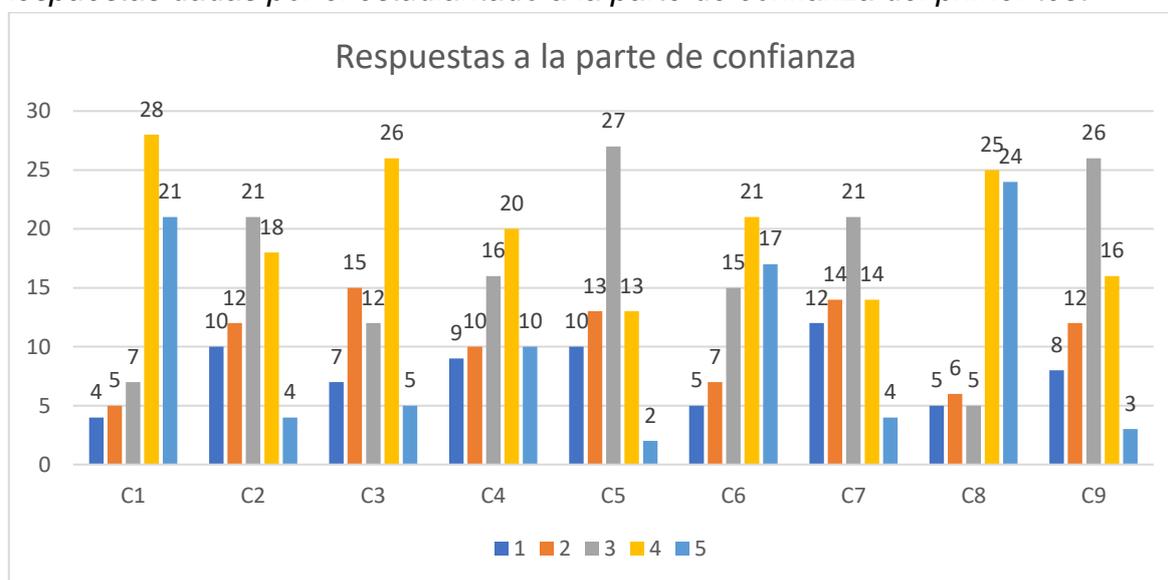
- C1. Estoy seguro/a de que puedo aprender conceptos geométricos.
- C2. No suelo tener dificultades a la hora de resolver problemas geométricos.
- C3. Cuando no puedo resolver un problema de geometría, me siento perdido/a, como si no existiera forma de resolverlo.
- C4. Tengo confianza en mi habilidad de resolver problemas de geometría.
- C5. Me siento seguro/a de mí mismo/a cuando realizo problemas de geometría.
- C6. Intento tener los deberes hechos antes de la clase de geometría para mejorar mi aprendizaje.
- C7. Los problemas de geometría me estresan.
- C8. Estoy confiado/a de que si trabajo lo suficiente en un problema de geometría seré capaz de resolverlo.
- C9. Los exámenes de geometría habitualmente me parecen fáciles.

Los resultados obtenidos por el grupo completo en este test se muestran en la Figura 2 y se puede observar como en las preguntas C5 y C7 relacionadas con la seguridad en sí mismos y el estrés que les generan los problemas de geometría, las

respuestas más repetidas son la 1 y la 2 mostrando su desacuerdo. Lo cual parece indicar que en el grupo considerado su nivel de confianza es bajo, aunque parece que no les estresan los problemas. En el lado opuesto en las preguntas C1, C3, C4, C6 y C8 el número de respuestas 4 y 5 son claramente superiores a las respuestas 1 y 2, mostrando que están de acuerdo. Por lo que destaca que creen que pueden aprender conceptos, que cuando no son capaces de resolver un problema se encuentran perdidos, tienen confianza en su habilidad de resolver problemas, que se esfuerzan por hacer los deberes para mejorar y que confían en que con trabajo lo pueden lograr.. Por último, las respuestas a las preguntas C2 y C9, relacionada con las dificultades de los problemas y de los exámenes, están repartidas.

Figura 2

Respuestas dadas por el estudiantado a la parte de confianza del primer test



Fuente. Elaboración propia.

Resultados obtenidos por el grupo completo en la parte de utilidad del primer test

La parte de utilidad del primer test constaba de las siguiente 9 preguntas, que respondió el estudiantado, medidas en una escala Likert (1-5, siendo 1 "Totalmente en desacuerdo" y 5 "Totalmente de acuerdo")

U1. Creo que la geometría va a ser de utilidad en mi futuro académico y profesional.

U2. La geometría es una materia de estudio práctica.

U3. Veo diversas formas de utilizar los conceptos de geometría para resolver los problemas cotidianos y diarios.

U4. Merece la pena estudiar geometría.

U5. Suelo ver la geometría en la vida cotidiana.

U6. Necesitaré un buen conocimiento de la geometría en mi futuro trabajo.

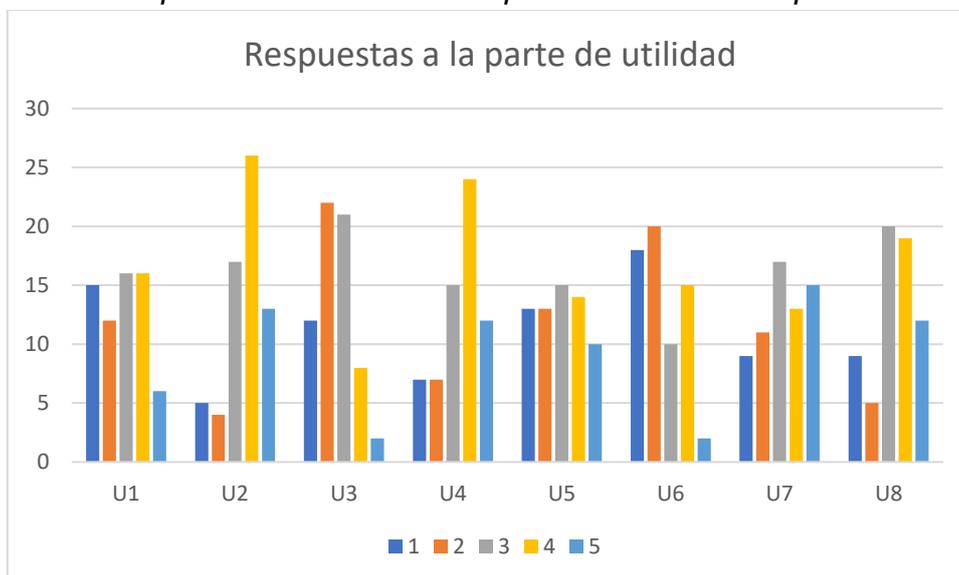
U7. Espero utilizar la geometría cuando acabe el colegio.

U8. Habitualmente percibo que los conceptos de geometría cobran sentido.

Los resultados obtenidos por el grupo completo en este test se muestran en la Figura 3, y se puede observar como en las preguntas U2, U4, U7 y U8, el estudiantado muestra que está de acuerdo, ya que las respuestas 4 y 5, son claramente superiores al número de respuestas 1 y 2. Por lo que esto parece indicar que el grupo considera que la geometría es práctica, que merece la pena estudiarla, que esperan utilizarla fuera del instituto y que los conceptos tienen sentido. En el lado opuesto, las preguntas U1, U3 y U6, relacionadas con la con la utilidad en el futuro académico y profesional, utilidad diaria, y si considerar que necesitarán el conocimiento en el futuro, el número de respuestas 1 y 2 son claramente superiores a las respuestas 4 y 5, de lo que se deduce que los alumnos de este grupo no parecen ver la utilidad de la geometría en el día a día. Por último, las respuestas a la pregunta U5, relacionada con si ven la geometría en la vida cotidiana ,las respuestas son semejantes.

Figura 3

Respuestas dadas por el estudiantado a la parte de utilidad del primer test



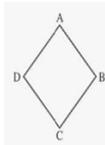
Fuente. Elaboración propia.

Resultados obtenidos por el grupo completo en el segundo test

Este test constaba de 20 preguntas, 4 por cada uno de los 5 niveles de Van Hiele. Algunas de las preguntas pueden verse en la Figura 4.

Figura 4
Ejemplo de preguntas usadas en el segundo test

La figura ABCD es un rombo, ¿qué afirmación no es correcta nunca?



- Las dos diagonales tienen la misma longitud.
- Cada diagonal biseca dos ángulos del rombo.
- Las dos diagonales son perpendiculares.
- Los ángulos opuestos tienen la misma medida.
- Los lados opuestos son de igual longitud.
- No sabe/No contesta.

De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es correcta?

- Afirmación S:** El triángulo ABC tiene tres lados de igual longitud.
Afirmación T: Los ángulos B y C del triángulo ABC son de igual medida.
- Las afirmaciones S y T no pueden ser verdaderas.
 - Si S es verdadera, T es verdadera.
 - Si T es verdadera, S es verdadera.
 - Si S es falsa, T es falsa.
 - Ninguna de las anteriores.
 - No sabe/No contesta.

Si una figura tiene las siguientes propiedades, ¿qué afirmación es correcta?

- Propiedad D:** Las diagonales son de igual longitud.
Propiedad S: Es un cuadrado.
Propiedad R: Es un rectángulo.

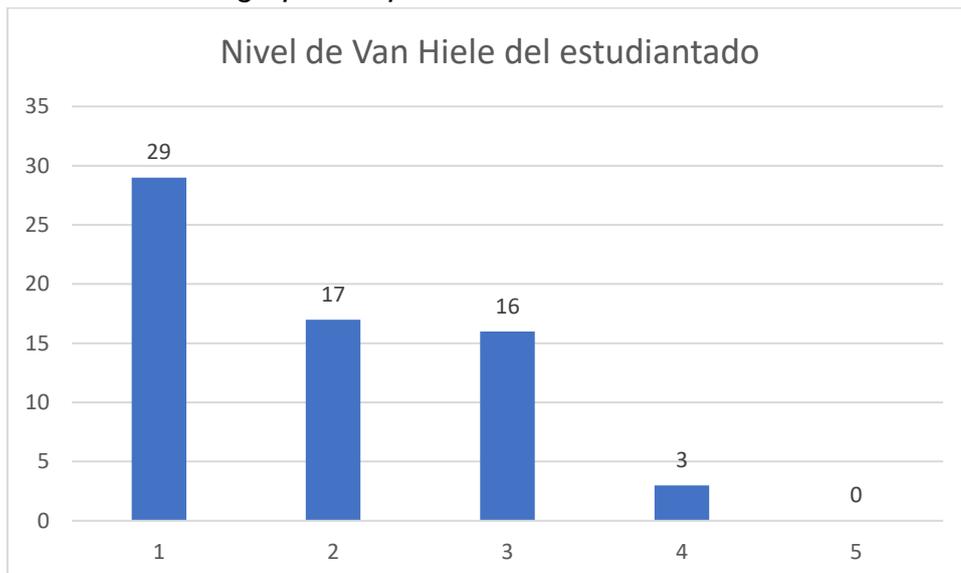
- D implica S, que a su vez implica R.
- D implica R, que a su vez implica S.
- S implica R, que a su vez implica D.
- R implica D, que a su vez implica S.
- R implica S, que a su vez implica D.
- No sabe/No contesta.

Trisecar un ángulo significa dividirlo en tres partes de igual medida. Está matemáticamente probado que es imposible trisecar un ángulo utilizando exclusivamente un compás y una regla no marcada. De esta prueba, ¿Qué se puede concluir?

- En general, es imposible bisecar un ángulo exclusivamente con regla no marcada y compás.
- En general, es imposible trisecar ángulos exclusivamente con regla marcada y compás.
- En general, es imposible trisecar ángulos utilizando instrumentos de dibujo.
- Es posible que en el futuro alguna persona encuentre una forma general de trisecar ángulos utilizando solamente regla no marcada y compás.
- Nadie va a poder generar un método para trisecar ángulos a través de una regla no marcada y un compás.
- No sabe/No contesta.

Los resultados obtenidos por el grupo completo en este test se muestran en la Figura 5, donde puede verse como 29 de las 65 personas está en el nivel más bajo, 17 y 16 están respectivamente en los niveles 2 y 3, mientras que 3 están en el 4 y ninguno está en el nivel 5.

Figura 5
Nivel de Van Hiele del grupo completo

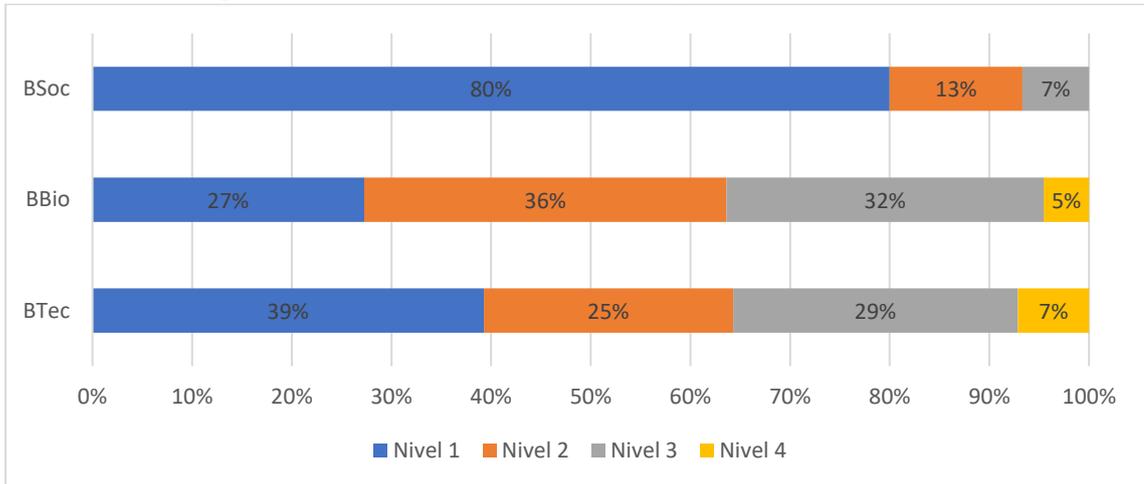


Fuente. Elaboración propia.

Por otro lado, y dado que se debe pormenorizar para poder garantizar que damos una educación de calidad y adecuada a cada una de las personas, podemos ver cómo el nivel de Van Hiele que poseen el estudiantado es diferente en cada uno de los itinerarios, como puede observarse en la Figura 6.

Figura 6

Nivel de Van Hiele según el itinerario de Bachillerato que están cursando



Fuente. Elaboración propia.

Resultados obtenidos por el grupo completo en el tercer test

Este test constaba de 10 preguntas que servían para medir el nivel visoespacial del estudiantado. Algunas de las preguntas pueden verse en la Figura 7.

Figura 7

Ejemplo de preguntas usadas en el tercer test

¿Qué opción se corresponde con una rotación del objeto principal?

A
 B
 C
 D
 No sabe/No contesta.

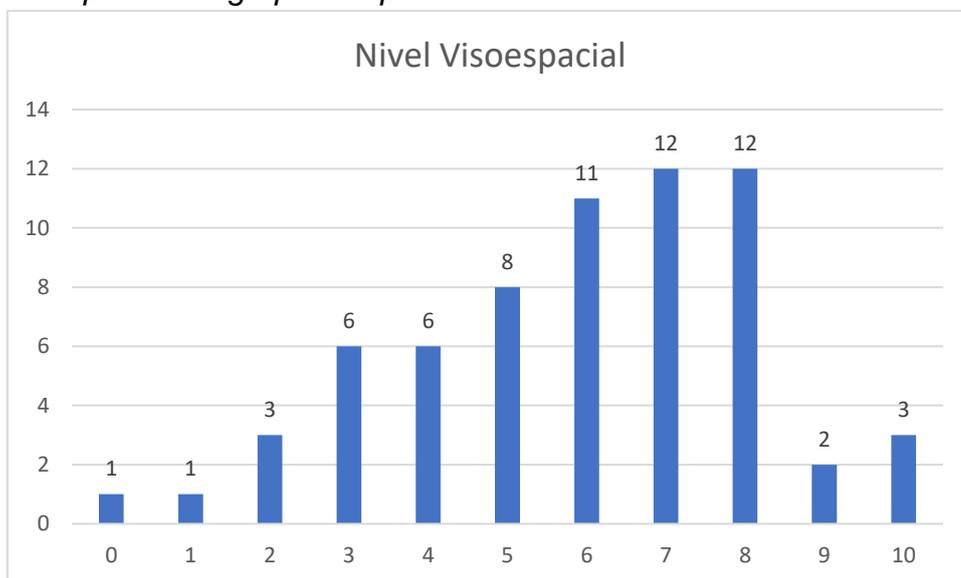
¿Qué desarrollo se corresponde con el de la figura en 3D?

A
 B
 C
 D
 No sabe/No contesta.

Los resultados obtenidos por el grupo completo en este test se muestran en la Figura 8, donde puede verse como más de la mitad del estudiantado obtiene al menos un 6 en la prueba.

Figura 8

Nivel visoespacial del grupo completo

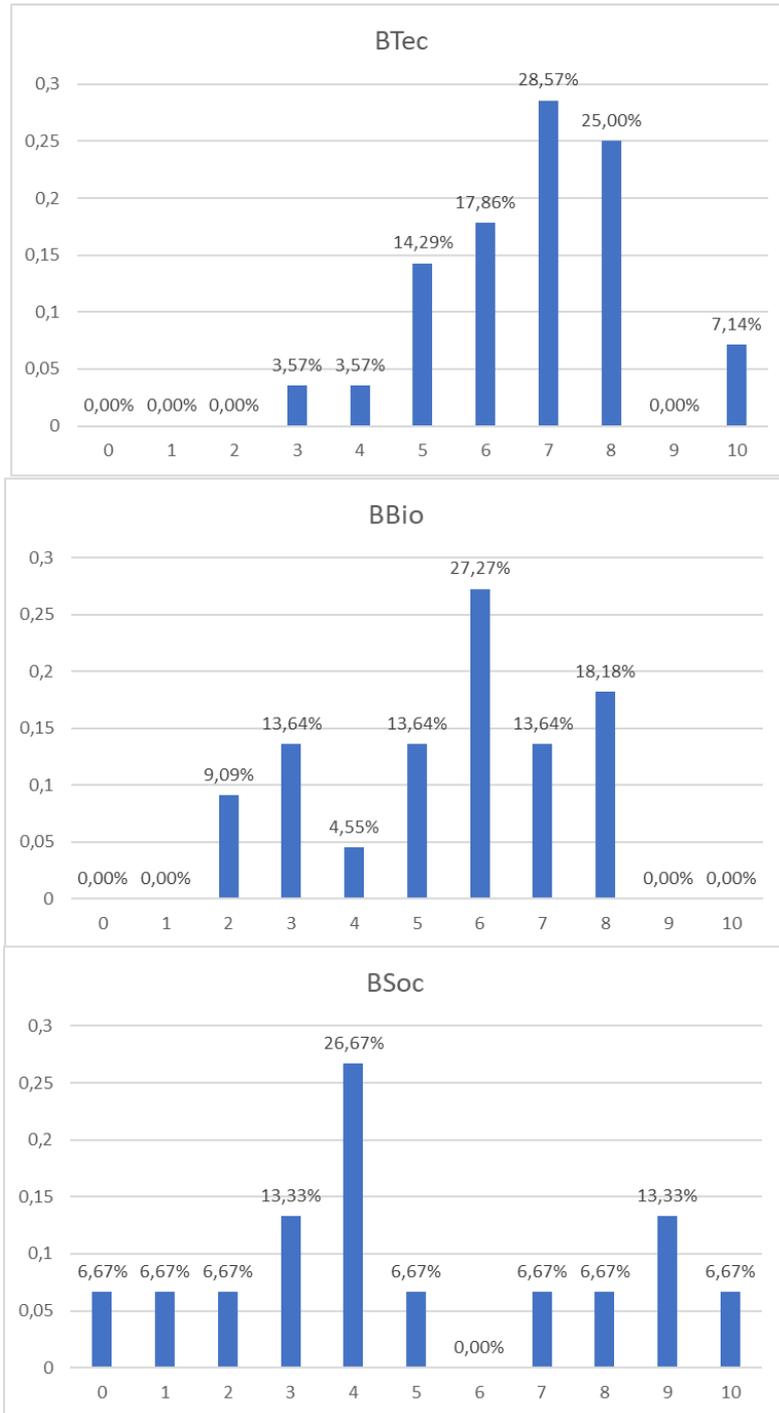


Fuente. Elaboración propia.

Por otro lado, y especificando de forma más detallada, podemos ver cómo el nivel de Van Hiele que posee el estudiantado, expresado en porcentajes, es diferente en cada uno de los itinerarios como puede verse en la Figura 9.

Figura 9

Nivel Visoespacial según el itinerario de Bachillerato que están cursando en porcentajes



Fuente. Elaboración propia.

Conclusiones

El primer paso para poder garantizar una educación de calidad y dar a todo el estudiando la posibilidad de tener las mismas oportunidades es conocer tanto su percepción de la materia en la que se está trabajando como el nivel de conocimientos de partida. En este sentido, la teoría de Van Hiele es capaz de no sólo clasificar el alumnado por niveles de conocimiento de geometría sino también de dar una serie de pautas para alcanzar el nivel siguiente (Van Hiele, 1986), aunque la mayor parte del

estudiantado no es capaz de superar los niveles iniciales, debido a las ineficientes estrategias didácticas que se han desarrollado en las etapas educativas previas (Fitriyani et al., 2018). Además, el estudio de los datos fundamenta la necesidad de diseñar una intervención didáctica que mejore el nivel geométrico del estudiantado y permite inferir que el entorno digital basado en plataformas virtuales de modelado 3D es más proclive para generar un aprendizaje significativo que las metodologías tradicionales ligadas a la docencia de esta materia.

Por otro lado, como puede observarse el estudiantado de itinerarios de bachillerato tienen una distribución diferente tanto en cuanto al nivel de Van Hiele en el que se encuentran así como el nivel Visoespacial. Este aspecto, obtenido a raíz de los resultados obtenidos al analizar las respuestas a los test diseñados, refuerza la necesidad de utilizar estrategias diferentes en cada grupo e inclusive para cada estudiante. No sólo eso, sino que además pone de manifiesto que la teoría de Van Hiele y su utilización en el aula sirve para obtener un punto de partida sobre el que diseñar estrategias personalizadas para cada estudiante, lo cual garantiza que, mediante intervenciones adecuadamente planificadas y desarrolladas de forma apropiada se pueda garantizar la igualdad de oportunidades para todo el estudiantado sin dejar a nadie atrás. Esta igualdad de oportunidades es considerada como uno de los pilares fundamentales de la educación.

Para diseñar estrategias que ayuden al estudiantado a adquirir el nivel de Van Hiele por medio de una secuencia de ejercicios para mejorar tanto la adquisición de competencias ligadas al pensamiento geométrico como la percepción sobre la misma. Otro aspecto a considerar para realizar una intervención didáctica es la reducción del estrés matemático que habitualmente el estudiantado sufre al enfrentarse a cuestiones, actividades y problemas geométricos. Para ello, se pueden usar *softwares* como, por ejemplo, BlocksCAD, *software* de modelado en 3D y que ha mostrado buenos resultados (Beltrán-Pellicer et al. 2020, Magreñán-Ruiz et al. 2024), permite desarrollar el pensamiento computacional aplicado en la manipulación de cuerpos geométricos y dado que no requiere un esfuerzo económico ni para el estudiantado ni para el profesorado, garantiza la igualdad de oportunidades, algo que se considera clave y que es uno de las componentes del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4: Educación de Calidad de la Agenda 2030.

Agradecimientos

Este estudio forma parte del proyecto «Adquisición de competencia matemática a través de tecnologías en diferentes etapas», financiado por los Proyectos de Innovación Educativa 2022-2023 en la Universidad de La Rioja y ha sido parcialmente financiado por las ayudas REGI22/62 de la Comunidad Autónoma de La Rioja concedida al grupo de investigación “Álgebra y Didáctica de la Matemática” de la Universidad de La Rioja.

Referencias

- Adelabu, F. M., Makgato, M., & Ramaligela, M. S. (2019). The Importance of Dynamic Geometry Computer Software on Learners' Performance in Geometry. *Electronic Journal of E-Learning*, 17(1), Article 1.
- Ansah, S., Asiedu-Addo, S. K., & Kabutey, D. T. (2022). Investigating the Effect of Using GeoGebra as an Instructional Tool on van Hiele's Geometric Thinking Levels of Senior High Technical School Students'. *International Journal of Mathematics and Statistics Studies*, 10(1), 31–39. <https://doi.org/10.37745/ijmss.13/vol10no1pp.31-39>
- Araya, R. G., & Alfaro, E. B. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), Article 2. <https://doi.org/10.15359/ree.14-2.9>
- Armah, R. B., & Kissi, P. S. (2019). Use of the van hiele theory in investigating teaching strategies used by college of education geometry tutors. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(4), em1694.
- Beltrán-Pellicer, P., Rodríguez Jaso, C., & Muñoz Escolano, J. M. (2020). Introduciendo BlocksCAD como recurso didáctico en matemáticas. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 93, 39–48.
- Briceño, E. V. (2020). Espacios complementarios de aprendizaje en educación superior con el uso de redes sociales en zonas con existencia de brecha digital y de acceso: caso de la provincia de Guanacaste. In *Nuevas dimensiones de la educación: gamificación, TIC y e-learning* (pp. 275-287). GKA Ediciones-Eagora.
- Buckley, J., Seery, N., & Cauty, D. (2019). Investigating the use of spatial reasoning strategies in geometric problem solving. *International Journal of Technology and Design Education*, 29(2), 341–362. <https://doi.org/10.1007/s10798-018-9446-3>
- Cohen, C. A., & Hegarty, M. (2012). Inferring cross sections of 3D objects: A new spatial thinking test. *Learning and Individual Differences*, 22(6), 868-874. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.05.007>
- Crompton, H., & Ferguson, S. (2024). An analysis of the essential understandings in elementary geometry and a comparison to the common core standards with teaching implications. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 12(2), 258–275. <https://doi.org/10.30935/scimath/14361>
- Dockendorff, M., & Solar, H. (2018). ICT integration in mathematics initial teacher training and its impact on visualization: The case of GeoGebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), 66–84. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1341060>
- Fitriyani, H., Widodo, S. A., & Hendroanto, A. (2018). Students' geometric thinking based on Van Hiele's theory. *Infinity Journal*, 7(1), 55–60. <https://doi.org/10.22460/infinity.v7i1.p55-60>
- Komala, K., Manfaat, B., & Haqq, A. A. (2021). Development of Geometry Test Based on Van Hiele's Theory in Exploration Profile of Student's Spatial Reasoning Ability Level. *Eduma : Mathematics Education Learning and Teaching*, 10(1), 83. <https://doi.org/10.24235/eduma.v10i1.8518>

- Lane, D., Lynch, R., & McGarr, O. (2019). Problematizing spatial literacy within the school curriculum. *International Journal of Technology and Design Education*, 29(4), 685–700. <https://doi.org/10.1007/s10798-018-9467-y>
- Magreñán-Ruiz, Á.-A., González-Crespo, R.-A., Jiménez-Hernández, C., y Orcos-Palma, L. (2024). Desarrollo del pensamiento computacional a través de BlocksCAD, Blockly y la resolución de problemas en matemáticas [Development of computational thinking through BlocksCAD, Blockly and problem-solving in mathematics]. *Revista Española de Pedagogía*, 82 (287), 135-152.
<https://doi.org/10.22550/2174-0909.3933>
- Mwadzaangati, L., & Kazima, M. (2019). An Exploration of Teaching for Understanding the Problem for Geometric Proof Development: The Case of Two Secondary School Mathematics Teachers. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 23(3), 298–308. <https://doi.org/10.1080/18117295.2019.1685221>
- Naufal, M. A., Abdullah, A. H., Osman, S., Abu, M. S., Ihsan, H., & Rondiyah, R. (2021). Reviewing the Van Hiele model and the application of metacognition on geometric thinking. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 10(2), Article 2.
<https://doi.org/10.11591/ijere.v10i2.21185>
- Patkin, D. (2014). Global van Hiele (GVH) Questionnaire as a Tool for Mapping Knowledge and Understanding of Plane and Solid Geometry. *Research in Mathematical Education*, 18(2), 103-128. <https://doi.org/10.7468/JKSMED.2014.18.2.103>
- Pegg, J. (2014). The van Hiele Theory. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 613–615). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_183
- Phipps, R., & Merisotis, J. (1999). *What's the Difference: A Review of Contemporary Research on the Effectiveness of Distance Learning in Higher Education*. <https://detaresearch.org/whats-the-difference-a-review-of-contemporary-research-on-the-effectiveness-of-distance-learning-in-higher-education/>
- Pujawan, I. G. N., Suryawan, I. P. P., & Prabawati, D. A. A. (2020). The Effect of Van Hiele Learning Model on Students' Spatial Abilities. *International Journal of Instruction*, 13(3), 461–474. <https://doi.org/10.29333/iji.2020.13332a>
- Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. (2022).
- Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato. (2022).
- Red Española para el Desarrollo Sostenible (2017). Cómo empezar con los ODS en las universidades. <https://reds-sdsn.es/wp/wp-content/uploads/2017/02/Guia-ODS-Universidades-1800301-WEB.pdf>
- Rojas Suárez, C., & Sierra Delgado, T. Á. (2021). Conocimientos geométricos como respuesta a un problema espacial en el desarrollo de un recorrido de estudio e

- investigación. *Educación Matemática*, 33(1), 208–239.
<https://doi.org/10.24844/EM3301.08>
- Santos-Trigo, M., Aguilar-Magallón, D., & Reyes-Martínez, I. (2019). A mathematical problem-solving approach based on digital technology affordances to represent, explore, and solve problems via geometric reasoning. *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development*, 145–166.
- Suárez, C. R., & Delgado, T. Á. S. (2020). Los problemas espaciales: Una propuesta alternativa para enseñar geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. *Spatial problems: an alternative proposal to teach geometry in Compulsory Secondary Education. Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 22(4), Article 4.
<https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i4p593-602>
- Sulistiowati, D. L., Herman, T., & Jupri, A. (2019). Student difficulties in solving geometry problem based on Van Hiele thinking level. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157, 042118.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/4/042118>
- Sunardi, Yudianto, E., Susanto, Kurniati, D., Cahyo, R. D., & Subanji. (2019). Anxiety of Students in Visualization, Analysis, and Informal Deduction Levels to Solve Geometry Problems. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(4), Article 4.
- Toma, F., Ardelean, A., Grădinaru, C., Nedelea, A., & Diaconu, D. C. (2023). Effects of ICT Integration in Teaching Using Learning Activities. *Sustainability*, 15(8), Article 8.
<https://doi.org/10.3390/su15086885>
- UNESCO (2023). (20 de abril de 2023). Lanzamiento del informe sobre datos del Objetivo de Desarrollo Sostenible número 4: herramientas estadísticas y estrategias para países y donantes. UNESCO. Recuperado el día 17 de octubre de 2024. <https://www.unesco.org/es/articles/lanzamiento-del-informe-sobre-datos-del-objetivo-de-desarrollo-sostenible-numero-4-herramientas>
- Usiskin, Z., & Senk, S. (1990). Evaluating a Test of van Hiele Levels: A Response to Crowley and Wilson. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 242.
<https://doi.org/10.2307/749378>
- Utlely, J. (2007). Construction and Validity of Geometry Attitude Scales. *School Science and Mathematics*, 107(3), 89-93.
<https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2007.tb17774.x>
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press.
- Vandenberg, S. G., & Kuse, A. R. (1978). Mental Rotations, a Group Test of Three-Dimensional Spatial Visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 47(2), 599-604.
<https://doi.org/10.2466/pms.1978.47.2.599>

Wijaya, Y. Y., Sunardi, Slamin, Margaretha, P. M., & Wijayanti, N. P. A. A. (2019). Senior high school student's visual-spatial intelligence according to van hiele geometric thinking theory. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 243, 012055.

<https://doi.org/10.1088/1755-1315/243/1/012055>

Yalley, E., Armah, G., & Ansah, R. K. (2021). Effect of the VAN Hiele Instructional Model on Students' Achievement in Geometry. *Education Research International*, 2021(1), 6993668.

<https://doi.org/10.1155/2021/6993668>